

ORTAÖĞRETİM
VE ÖN LİSANS



ÖZEL EĞİTİM VE REHBERLİK HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

EKPSS MEBÖZEL



MATEMATİK



ÖZEL EĞİTİM VE REHBERLİK HİZMETLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

Genel Yayın Yönetmeni	Prof. Dr. Kemal Varın NUMANOĞLU
Editör	Kürşat DULKADİR
Koordinatör	Osman İlker BOBUŞ
Proje Danışmanı	Ali ASLAN
Dijital Medya	Muhittin DELİHASAN
Dijital İçerik Geliştirme	Mehmet Rasim TAŞ Tuğrul ADIYAMAN Oğuzhan UÇAR
Matematik/Geometri Komisyonu	Yunus Emre BAYRAK Yalçın SANDALCI Semih TÜRKMEN Avni ÇELEBİ Ali Tayfur SERARSLAN
Son Okuma	Sevil CANPOLAT Ayşenur ŞAHİN Selma Eda ŞİMŞEK
ISBN	978-975-11-5895-6
Genel Yayın Numarası	7753
Dizi Yayın Numarası	1752
Matbaa	Gazi Mesleki Eğitim Merkezi
Tasarım	Aren Tanıtım

Her hakkı saklıdır. Bu yayının tümü ya da bir bölümü T.C. Millî Eğitim Bakanlığında izin almaksızın hiçbir biçimde çoğaltılamaz, basılıp yayınlanamaz.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül... ne bu şiddet bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl,
Hakkıdır, Hakk'a tapan, milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim; bendimi çiğner, aşarım;
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garb'ın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar;
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imânı boğar,
"Medeniyet!" dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş! Yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın...
Kim bilir, belki yarın... belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri "toprak!" diyerek geçme, tanı!
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehîd oğlusun, incitme, yazıktır atanı;
Verme, dünyâları alsan da, bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki fedâ?
Şühedâ fışkıracak, toprağı sıksan şühedâ!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Hudâ,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyâda cüdâ.

Ruhumun senden, İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin ma'bedimin göğsüne nâ-mahrem eli!
Bu ezanlar-ki şehâdetleri dînin temeli
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli

O zaman vecd ile bin secde eder –varsa- taşım;
Her cerîhamdan, İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır rûh-i mücerred gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek Arş'a değer, belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl;
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl:
Hakkıdır, hür yaşamış bayrağımın hürriyet;
Hakkıdır, Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif ERSOY

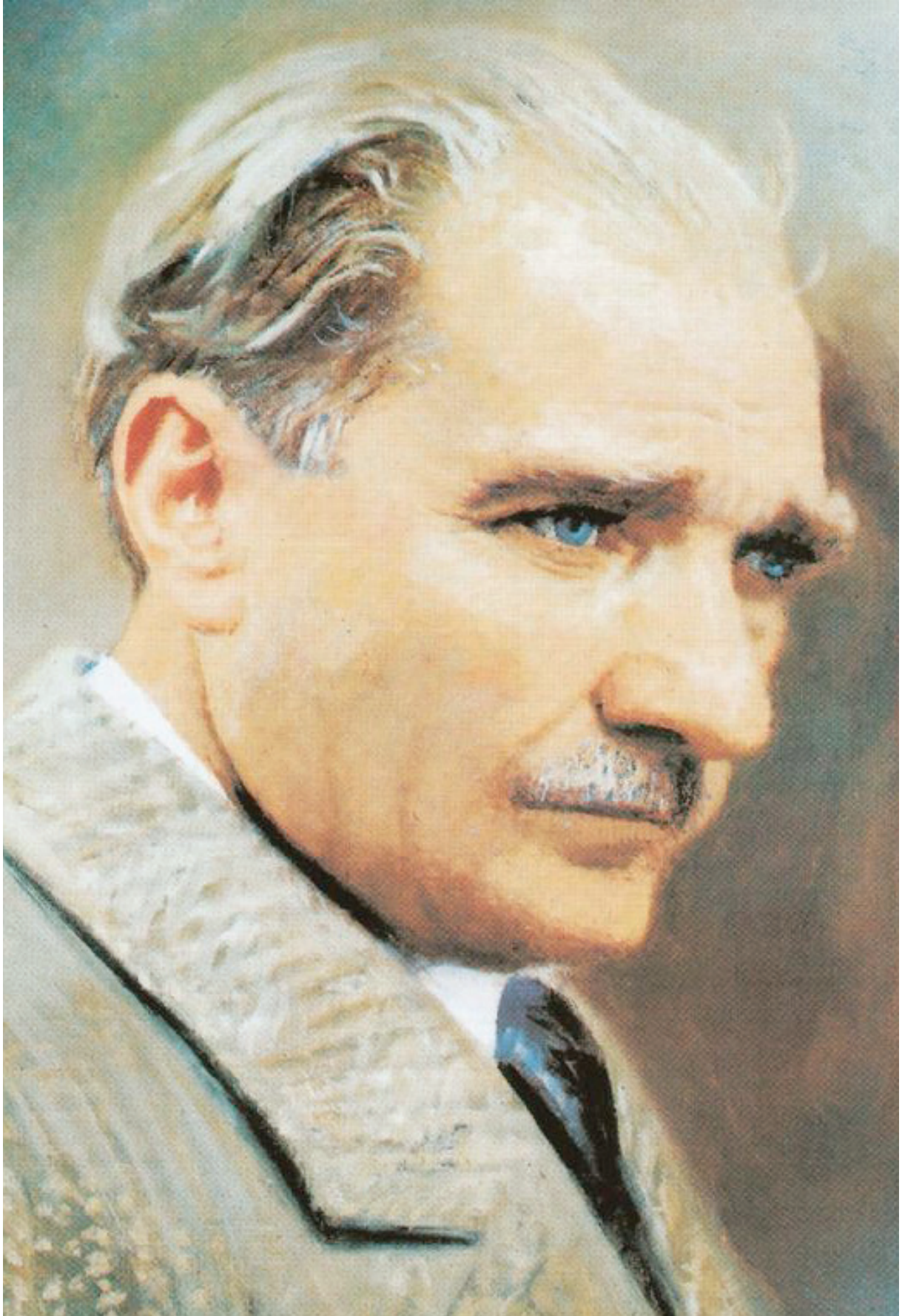
ATATÜRK'ÜN GENÇLİĞE HİTABESİ

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen; Türk istiklalini, Türk cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi seni bu hazineden mahrum etmek isteyen dâhilî ve haricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklal ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin. Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklal ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elim ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar, gaflet ve dalalet ve hatta hıyanet içinde bulunabilirler. Hatta bu iktidar sahipleri, şahsi menfaatlerini müstevlilerin siyasi emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakruzaruret içinde harap ve bitap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evladı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklal ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal ATATÜRK



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK



ÖN SÖZ

EKPSS'ye Hazırlanan Değerli Gençler,

Öncelikle ülkemizin geleceğine katkı sağlamak, almış olduğunuz eğitim ve bilgi birikimiyle bu güzel vatanın güzel insanlarına hizmet etmek, ülkemizin ekonomisinde ben de varım demek için çıkmış olduğunuz bu yolculuğun hayırlara vesile olmasını diliyorum.

Ülkemizde, özel eğitime ihtiyacı olan bireyler için her iki yılda bir EKPSS (Engelli Kamu Personeli Seçme Sınavı) yapılmaktadır. Bu sınav sonucunda başarılı olan bireyler devlet memuru olarak atanma hakkına ve necip milletimize hizmet etme şerefine sahip olmaktadır.

Sevgili Gençler,

Sizlere hiçbir başarının tesadüf olmadığını hatırlatmak istiyorum. Bir insanın azim ve çaba göstermeden bir şeye sahip olmayı dilemesi sonu hüsrarla bitecek bir hayalden başka bir şey değildir. Sizler bu gerçeğin bilinciyle EKPSS'ye hazırlanıyor, gecenizi gündüzünüze katarak çalışıyor, emek veriyorsunuz. İnşallah, Yüce Allah sizlerin bu emeklerini karşılıksız bırakmayacaktır.

Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü olarak sizlere hazırlık sürecinizde yardımcı olmak amacıyla “EKPSS Mebözel” uygulaması ile “EKPSS Hazırlık” kitaplarını hazırladık ve kullanımınıza sunduk. İlk olarak 2020 yılında hayata geçirdiğimiz ve 500 binin üzerinde kişinin yararlandığı uygulamayı, sizler için bu yıl özverili ve ciddi bir çalışma sonucunda daha da zenginleştirdik, geliştirdik. Bu kapsamlı çalışma içeriğindeki konu anlatımları, uygulamalar, örnek soru çözümleri, konu sonu ve ünite sonu değerlendirme testleri, deneme sınavları ile sizi sınava tam olarak hazırlayacaktır. Sınav kapsamındaki Türkçe, matematik, tarih, coğrafya, vatandaşlık ve güncel bilgiler alanındaki içerikler uzmanlarımız tarafından sizlerin öğrenme özellikleri dikkate alınarak hazırlandı. Estetik ve sade tasarımı; basit ara yüzü ile oldukça kullanışlı olan “EKPSS Mebözel” uygulamasının ve “EKPSS Hazırlık” kitaplarının hayırlı olmasını temenni ediyorum. İçeriklerin ekran okuyucu programlar yoluyla seslendirilmesi; okuma programlarının seslendirmediği terimsel ifadelerin mp3 formatında hazırlanarak uygulamaya eklenmesi; şekil, sembol, harita vb. görsellerin betimlenmesi görme engelli kardeşlerimizin sınava en iyi şekilde hazırlanmasını sağlayacaktır. “orgm.meb.gov.tr/ekpssmebozel” internet adresinden, “IOS” ve “Android” platformlarından ücretsiz indirilebilen böylesi değerli ve ihtiyaç duyulan bir çalışmayı sizlerle paylaşmanın mutluluğunu yaşıyor, bu süreçte emeğini esirgemeyen tüm öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ediyor, sınava hakkıyla hazırlanan tüm kardeşlerimizin başarılı olmasını Yüce Allah'tan niyaz ediyorum.

Prof. Dr. Kemal Varın NUMANOĞLU
Genel Müdür



İÇİNDEKİLER

TEMEL KAVRAMLAR	11
ASAL SAYILAR VE EBOB-EKOK.....	19
BÖLÜNEBİLME KURALLARI	25
RASYONEL SAYILAR	31
ÜSLÜ SAYILAR.....	39
KAREKÖKLÜ İFADELER	47
BASİT EŞİTSİZLİKLER.....	53
MUTLAK DEĞER.....	59
DENKLEMLER	63
ÇARPANLARA AYIRMA	69
ORAN-ORANTI	75
PROBLEMLER.....	81
VERİ ANALİZİ-GRAFİKLER	87
KÜMELER.....	95
FONKSİYONLAR	101
İŞLEM-MODÜLER ARİTMETİK.....	107
SAYMA-PERMÜTASYON-KOMBİNASYON-OLASILIK	111

DOĞRUDA AÇILAR	119
ÜÇGENLER.....	125
ÜÇGENDE AÇI KENAR BAĞLANTILARI.....	131
ÜÇGENDE EŞLİK	137
ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI.....	145
DİK ÜÇGEN VE TRİGONOMETRİ	153
ÜÇGENİN ALANI.....	157
ÇOKGENLER.....	161
DÖRTGENLER.....	169
ÇEMBERLER	183
PRİZMALAR.....	189
PİRAMİTLER	199
SİLİNDİR.....	207
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELEMELERİ	215

TEMEL KAVRAMLAR

Temel Kavramlar Rakamlar

Rakamlar, sayıları ifade etmek için kullanılan sembollerdir. Rakamlar bir küme olarak liste biçiminde gösterilebilir.

Rakamlar: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Bu semboller kullanılarak sayı kümeleri oluşturulur.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... şeklinde sayıların ilerlediği görülür. Koyu renkli sayılar rakam değildir. Buradan, her rakam bir sayıdır fakat her sayı bir rakam değildir sonucuna ulaşılabilir.



Uyarı

Sembol sayısı 10 tane olduğundan 10'luk sayı sisteminin kullandığı görülebilir.

Doğal Sayılar

0'dan başlayarak pozitif yönde (sağa doğru) sonsuza ilerleyen sayılara Doğal Sayılar (N) denir. Doğal sayılar, küme olarak liste biçiminde aşağıdaki gibi gösterilir.

$N = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots \}$

Tam Sayılar

0 sayısı başlangıç yani referans noktasıdır. Sayılar sağa doğru pozitif sonsuza ilerlerken sola doğru negatif sonsuza doğru ilerler.

..., -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

$Z = \{ \dots, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots \}$ şeklinde tanımlanan kümeye Tam Sayılar Kümesi denir. Z harfi ile gösterilir.

a) Pozitif Tam Sayılar: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$

b) Negatif Tam Sayılar: $\{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1 \}$

c) Çift Tam Sayılar: $\{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \dots \}$ elemanlarının oluşturduğu küme elde edilir ve bu şekilde tanımlanan küme çift tam sayılar kümesi denir. Bu kümenin her bir elemanına 1 ekler ya da çıkarılırsa tek tam sayılar kümesine ulaşılır.

d) Tek Tam Sayılar: Tek Tam Sayılar $= \{ \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \}$ şeklinde tanımlanan kümeye tek tam sayılar kümesi denir.



Uyarı

0 tam sayısının + veya - işareti yoktur.

Genel Terim Bulma

Elde edilen bu sayı kümelerinin genel terimleri aşağıda gösterilmiştir.

Adım Sayısı	1	2	3	4	.	.	.	n.
Tam Sayılar	1	2	3	4	.	.	.	n

Adım Sayısı	1	2	3	4	.	.	.	n.
Tam Sayılar	-1	-2	-3	-4	.	.	.	-n

$Z = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ Burada adım sayısını n olarak tanımlarsak tam sayıların genel teriminin n olduğu kolayca görülür.

Çift tam sayıların genel terimini;

Adım Sayısı 1 2 3 4 . . . n.

Çift Tam Sayılar 2 4 6 8 . . . 2n

Adım Sayısı 1 2 3 4 . . . n.

Çift Tam Sayılar -2 -4 -6 -8 . . . -2n

$Z = \{\dots, -2n, \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots\}$

Örnek

İki çift tam sayının toplamı 40 ve bu iki sayının farkı 20'dir. Bu sayılardan büyük olanı kaçtır?

Çözüm

İki çift sayı seçilir. Bunlardan biri a diğeri ise b olsun (a ve b tam sayı). Şimdi sorunun ne kadar kolaylaşacağını görelim.

Toplamları 40 ise ilk denklem;

$$a + b = 40$$

$$+ a - b = 20$$

$$2a + b - b = 60$$

$$2a = 60$$

a = 30 şeklinde olacağından büyük sayı 30 olarak bulunur.

Tabloda tek tam sayıların genel terimi gösterilmiştir.

Adım Sayısı	1	2	3	4	.	.	.	n.
Tek Tam Sayılar	1	3	5	7	.	.	.	2n-1

Adım Sayısı	1	2	3	4	.	.	.	n.
Tek Tam Sayılar	-1	-3	-5	-7	.	.	.	-(2n-1)

$$Z = \{\dots, 1-2n, \dots, -3, -1, 1, 3, \dots, 2n-1, \dots\}$$



Uyarı

0 sayısının çift olduğunu fakat işaretinin olmadığını fark ediniz.

Ardışık Sayılar

Ardışık sayılar, kendisinden önce ve sonra gelen sayılara bir kural ile bağlı olan sayılardır.

$Z = \{\dots, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$ kümesi göz önüne alınırsa;

7, 8 ve 9 sayılarının ardışık üç tam sayı olduğu görülür.

$Z = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots\}$ kümesini göz önüne alalım.

0, 2, 4 sayıları ardışık 3 çift tam sayıdır.

$Z = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots, 2n-1, \dots\}$ kümesini göz önüne alalım.

-1, 1, 3 sayıları ardışık 3 tek tam sayıdır.

Buradan yola çıkarak soru çözümlerinde aşağıdaki cebirsel ifadeler kullanılabilir.

Ardışık üç tam sayının toplamı denirse bu sayılar $n, n+1, n+2$ olacak şekilde seçilebilir.

Ardışık üç çift tam sayının toplamı denirse bu sayılar $2n, 2n+2, 2n+4$ olacak şekilde seçilebilir.

Çünkü ardışık çift sayılar arasındaki fark 2'dir.

Ardışık üç tek tam sayının toplamı denirse bu sayılar $2n-1, 2n+1, 2n+3$ olacak şekilde seçilebilir. Çünkü ardışık tek tam sayılar arasındaki fark da 2'dir.

Tam Sayılarla İşlemler

Tek Tam Sayılar: T

Çift Tam Sayılar: Ç olacak şekilde gösterilebilir.

Bu sayılarla 4 işlem yaparak sonucun tek ya da çift olması durumları incelenir.

1. Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma

$$\mathbb{C} \pm \mathbb{C} = \mathbb{C} \quad \text{“ } 4 + 6 = 10 \quad \text{ya da} \quad 4 - 6 = -2 \text{”}$$

$$\mathbb{C} \pm \mathbb{T} = \mathbb{T} \quad \text{“ } 4 + 3 = 7 \quad \text{ya da} \quad 4 - 3 = 1 \text{”}$$

$$\mathbb{T} \pm \mathbb{C} = \mathbb{T} \quad \text{“ } 3 + 4 = 7 \quad \text{ya da} \quad 3 - 4 = -1 \text{”}$$

$$\mathbb{T} + \mathbb{T} = \mathbb{C} \quad \text{“ } 3 + 5 = 8 \quad \text{ya da} \quad 3 - 5 = -2 \text{”}$$

Buradan şu çıkarımlar yapılabilir.

- * İki çift tam sayının toplamı ve farkı **daima** çift tam sayıdır.
- * İki tek tam sayının toplamı ve farkı **daima** çift tam sayıdır.
- * Bir çift tam sayı ile bir tek tam sayının toplamı ve farkı **daima** tek tam sayıdır.

2. Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme

$$\mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C} \quad \mathbb{C} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

$$\mathbb{T} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C} \quad \mathbb{T} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{T}$$

- İki veya daha fazla tam sayıdan en az biri çift tam sayı ise çarpımları **daima** çift tam sayıdır.
- İki veya daha fazla tek tam sayının çarpımı **daima** tek tam sayıdır.



Uyarı

Bölme ile yapılacak işlemlerin sonuçlarının tek, çift veya hiçbirini ($\frac{2}{3}$ gibi) olabileceğini deneme yaparak gözlemleyiniz. Unutmayınız tek veya çift olma durumu, tam sayılar için geçerlidir.

3. İşaret Analizleri ve İşlem Sırası

Tam sayılarla yapılan çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarının işaretleri aşağıdaki gibidir.

Çarpma işlemi:

$$+ \cdot + = + \quad + \cdot - = -$$

$$- \cdot - = + \quad - \cdot + = -$$

Bölme işlemi:

$$+ : + = + \quad + : - = -$$

$$- : - = + \quad - : + = -$$

- İşaretleri aynı olan iki tam sayının çarpımı ve bölümü pozitiftir.
- İşaretleri farklı olan iki tam sayının çarpımı ve bölümü negatiftir.

İşlemlerin öncelik sırası vardır:

1. Parantez İçi
2. Çarpma-Bölme
3. Toplama-Çıkarma

Örnek

$2 \cdot (4 + 2 : 2) = ?$ sorusunu adım adım çözelim.

Çözüm

$2 \cdot (4 + 2 : 2) = ?$ sorusunda öncelik parantez içine verilir.

Burada toplama ve bölme işlemi olduğundan öncelik bölmeye aittir.

$$\begin{aligned} 2 \cdot (4 + 2 : 2) &= 2 \cdot (4 + 1) \\ &= 2 \cdot 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

4. Basamak Değeri ve Çözümleme

ab, abc ve abcd doğal sayıları için;

$$ab = 10a + b$$

$$abc = 100a + 10b + c$$

$abcd = 1000a + 100b + 10c + d$ şeklinde sayıların bir başka formda yazılımı çözümlenmiştir.

Örnek

a bir rakamdır. $8a$ çarpımının değeri en çok kaç olur?

Çözüm

Burada $8a$ ile $8.a$ kastedilmektedir. Çünkü $8a$ iki basamaklıdır gibi bir bilgi verilmemiş. Çözüm için a bir rakam olduğundan en çok 9 olacağı aşikârdır. Dolayısıyla cevap $8a = 8 \cdot 9 = 72$ olacaktır.

Örnek

a bir rakamdır. İki basamaklı $8a$ sayısının değeri en çok kaç olur?

Çözüm

Şeklinde sorulan soruda ise cevap;

$8a$ iki basamaklı sayı olduğundan a yerine de en çok 9 rakamı yazılabilecek ve cevap 89 olacaktır.

Örnek

a, b, c birbirlerinden farklı rakamlardır. $2a + 3b + 4c$ toplamının, hangi sayılar arasında değerler aldığı bulunuz.

Çözüm

Toplamın en küçük değeri bulunurken katsayısı büyük olanlara en küçük değer verilir.

$2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 7$ ifadesinin en büyük değeri bulunurken katsayısı büyük olanlara en büyük değer verilir.

$2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 = 74$ olduğundan 7 ve 74 dâhil olmak üzere bu sayıların arasında değerler alır.

Örnek

Rakamları farklı, 3 basamaklı en küçük doğal sayı ile rakamları farklı üç basamaklı en büyük doğal sayının toplamının rakamları toplamını bulunuz.

Çözüm

Rakamları farklı, 3 basamaklı en küçük doğal sayı: 102

Rakamları farklı, 3 basamaklı en büyük doğal sayı: 987

Toplam: $102 + 987 = 1089$ $1 + 0 + 8 + 9 = 18$ olur.

Örnek

Üç basamaklı ve dört basamaklı iki sayının çarpımının basamak sayısı, en az a ve en çok b olduğuna göre a . b ifadesinin kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

(üç basamaklı en küçük sayı) . (dört basamaklı en küçük sayı)

$\Rightarrow 100 \times 1000 = 100\,000$ için en az;

$a = 3 + 4 - 1 = 6$

(üç basamaklı en büyük sayı) . (dört basamaklı en büyük sayı)

$\Rightarrow 999 \times 9999 = 9\,989\,001$ için en çok;

$b = 3 + 4 = 7$ ise

$a \cdot b = 6 \cdot 7 = 42$ olur.

Uygulama

1. a ve b farklı birer rakamdır. $4a + 5b$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulunuz.
2. En büyük üç basamaklı çift doğal sayı ile rakamları farklı en küçük iki basamaklı tek doğal sayının farkının kaç olduğunu bulunuz.
3. Rakamları toplamının 5 katına eşit olan iki basamaklı sayıyı bulunuz.
4. İki basamaklı üç doğal sayının toplamının kaç farklı değer aldığı bulunuz.



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi tek sayıdır?

- A) 5^2+2 B) 2^3+2 C) 3^3+3
D) 0.101 E) 64.128

2. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) En büyük negatif tam sayı 0'dır.
B) En küçük pozitif tam sayı 2'dir.
C) 0 pozitiftir.
D) En küçük asal sayı 2'dir.
E) Tek doğal sayı ile tek doğal sayının toplamı tektir.

3. $6a$ iki basamaklı bir sayıdır. a sayısı asal olduğuna göre $6a$ sayısının en küçük değeri ile en büyük değerinin toplamı nedir?

- A) $60+69$ B) $61+69$ C) $61+67$
D) $62+67$ E) $62+69$

4. x ve y pozitif tam sayılardır.

$x + y = 11$ olduğuna göre, $x \cdot y$ işleminin sonucu en fazla kaçtır?

- A) 11 B) 18 C) 30
D) 21 E) 42

5. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere $3a + 4b + 2c = 63$ olduğuna göre b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 14 D) 24 E) 35

6. $-15-14-13-\dots-2-1+1+2+\dots+16+17$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 22 B) 33 C) 35 D) 46 E) 48

7. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere $2a + 3b = 27$ koşulunu sağlayan kaç tane b değeri bulunur?

- A) 9 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $-2 - 3 + 2 \cdot (-4) - 5 \cdot (-2) \cdot 2 + 10 : (-2)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -38 B) -12 C) -2
D) 2 E) 12

Cevap Anahtarı

- 1) A 2) D 3) D 4) C 5) C 6) B
7) B 8) D



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for writing notes.



ASAL SAYILAR ve EBOB-EKOK

1. Asal Sayılar

Asal sayılar, sadece iki pozitif tam sayı böleni olan doğal sayılardır. Sadece kendisine ve 1 sayısına bölünebilen 1'den büyük pozitif tam sayılardır. Bu tanıma göre asal sayılar kümesi liste biçiminde aşağıdaki gibi gösterilir.

$$P = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots \}$$

En küçük asal sayı 2'dir. Negatif sayılar asal sayı değildir. Ayrıca bu küme içerisindeki çift olan tam sayı sadece 2'dir.

Aralarında Asal Sayılar: 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan iki veya daha fazla pozitif doğal sayıya **aralarında asal sayı** denir. Bu tanımın daha iyi anlaşılması için bölen ve çarpan kavramlarına değinilecektir.

Örnek

➤ 12 sayısı;

$12 = 12 \cdot 1 = 6 \cdot 2 = 4 \cdot 3 = (-12) \cdot (-1) = (-6) \cdot (-2) = (-4) \cdot (-3)$ şeklinde yazılarak çarpanlarına ayrılır. $\pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1$ sayıları 12 sayısının hem çarpanları hem de bölenleridir.

Buradan yola çıkılarak;

12 sayısının pozitif tam sayı bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12

12 sayısının negatif tam sayı bölenleri: -1, -2, -3, -4, -6, -12

12 sayısının asal sayı bölenleri: 2, 3

12 sayısının pozitif bölenlerinin ya da tam sayı bölenlerinin sayısını daha hızlı bulabiliriz.

Örnek

➤ 15 ve 49 sayıları aralarında asaldır. Aynı şekilde 16 ile 25 sayıları da yine aralarında asal sayılardır.

a, b, c birbirinden farklı asal sayılar ve x, y, z doğal sayılar olsun.

$$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z \text{ ise}$$

A sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı $(x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$ formülü ile hesaplanır.

Faktöriyel: a pozitif bir doğal sayı olsun. a sayısının kendisinden geriye doğru 1'e kadar olan pozitif doğal sayıların çarpımı a! (a faktöriyel) şeklinde gösterilir.



Örnek

$$5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

5! Sayısını değişik formatlarda yazabiliriz.

$$5! = 5.4! = 5.4.3! = 5.4.3.2! \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Örnek

$\frac{6!}{5!} = ?$ işleminin sonucunu bulalım.

5!

Çözüm

$$\frac{6!}{5!} = \frac{6.5!}{5!} = 6$$

2. EBOB-EKOK

A. En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

En az biri sıfırdan farklı iki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni denir. Kısaca "EBOB" ile ifade edilir.

a ve b iki sayı olsun. Bu sayıların EBOB'u, EBOB (a,b) veya $(a,b)_{EBOB}$ şeklinde gösterilir.

Örnek

36 ve 60 sayılarını tam bölen pozitif tam sayılardan en büyüğünü bulunuz.

Çözüm

36 sayısının pozitif tam sayı bölenleri: 1,2,3,4,6,9,12,18,36

60 sayısının pozitif tam sayı bölenleri: 1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60

1, 2, 3, 4, 6 ve 12 sayıları her iki sayının da pozitif ortak bölenidir. Bu ortak bölenlerin de en büyüğü 12'dir.

B) En Küçük Ortak Kat (EKOK)

En az biri sıfırdan farklı iki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı denir. Kısaca "EKOK" ile ifade edilir.

a ve b sayılarının EKOK'u, EKOK(a,b) veya $(a,b)_{EKOK}$ şeklinde gösterilir.

Örnek

30 ve 45 sayılarının ikisinin de katı olan pozitif tam sayılardan en küçüğünü bulunuz.

Çözüm

30 sayısının pozitif tam katları: 30,60,90,120,150,180,210,240,270

45 sayısının pozitif tam katları:45,90,135,180,225,270

Görüldüğü gibi 90, 180, 270 sayıları her iki sayının da ortak katlarıdır. Bu ortak katların en küçüğü 90 sayısıdır.

EBOB ve EKOK'un Bazı Özellikleri

a) a ve b sayma sayılarının çarpımı bu sayıların EBOB'u ile EKOK'unun çarpımına eşittir.

Bu özellik;

$a \cdot b = \text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b)$ olarak ifade edilir.

Örnek

- 15 ve 20 sayılarının EBOB'u 5, EKOK'u ise 60 olup $15 \cdot 20 = 5 \cdot 60$ olduğu görülür.

b) a ve b aralarında asal iki pozitif tam sayı olmak üzere,

$\text{EBOB}(a, b) = 1$

$\text{EKOK}(a, b) = a \cdot b$ olur.

Örnek

- 7 ve 12 sayılarının EBOB'u 1, EKOK'u $7 \cdot 12 = 84$ olur.

c) a ve b pozitif tam sayılarından biri diğerinin tam katı ise, EBOB bu sayılardan küçük olana, EKOK ise büyük olana eşittir.

Örnek

- 7 ile 21 sayılarının EBOB' u 7, EKOK' u 21'dir.

$3^2 \cdot 5^8$ ile $3^4 \cdot 5^5$ sayılarının EBOB'u $3^2 \cdot 5^5$, EKOK'u $3^4 \cdot 5^8$ 'dir.



Örnek

Bir firma boyutları 72 m ve 120 m olan dikdörtgen şeklindeki bir futbol sahasını yapay çim ile kaplayacaktır. Bu iş için eş ölçülü olacak şekilde en az kaç adet kare şeklinde çim parçası kullanılacağını bulunuz.

Çözüm

Eş kare şeklindeki bu yapay çimlerin boyutu, 72 ve 120 sayılarını tam bölen bir sayı olmalıdır. En az sayıdaki yapay çim için ise en büyük ortak bölen bulunur. Daha sonra da sahanın alanını bir parça çimin alanına bölerek kaç adet çim parçası gerektiği bulunur.

72	120	2
36	60	2
18	30	2
9	15	3
3	5	3
1	5	5
1	1	

EBOB (72, 120) = $2^3 \cdot 3^1 = 24$ m olarak bulunur.

24 m yapay çimin bir kenar uzunluğudur.

Tüm alan bir çim parçasının alanına bölünürse

$$\frac{72 \cdot 120}{24 \cdot 24} = 15 \text{ adet yapay çim gerekir.}$$

Örnek

Bir fabrikada bulunan üç farklı makine, bir ürünü sırasıyla 45, 50 ve 60 saniyede üretmektedir. Bu makineler ilk kez 06.30'da birlikte çalışmaya başladığına göre beşinci kez üçü birlikte ürün verdiğinde saatin kaç olacağını bulunuz.

Çözüm

Makinelerin tekrar aynı anda üretim yapması için geçen süre 45, 50 ve 60 sayılarının katı olmalıdır. İlk kez için 45, 50 ve 60 sayılarının en küçük ortak katı bulunmalıdır.

45	50	2
45	25	2
45	25	3
15	25	3
5	25	5
1	5	5
1	1	

EKOK (45, 50, 60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$ saniye

900 saniye = 15 dakikadır.

Birinci kez için geçen süre 15 dakikadır.

Beşinci kez için $15 \cdot 5 = 75$ dakikalık (1 saat 15 dakika) süre geçmelidir.

O hâlde saat 06.30'dan 1 saat 15 dakika sonra saat 07.45 olur.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. Bir bakkal 96 L su ve 108 L sütü birbiriyle karışmayacak ve hiç artmayacak şekilde eş hacimli şişelere dolduracaktır. Bu işlem için en az kaç şişe gereklidir?

- A) 16 B) 17 C) 36
D) 54 E) 48

2. İki gemiden birincisi 40 dakikada bir ikincisi ise 90 dakikada bir sefer yapmaktadır. Bu iki gemi birlikte ilk seferlerini 11.00'da yaptığına göre, birlikte ikinci seferlerini saat kaçta yaparlar?

- A) 14.00 B) 15.00 C) 17.00
D) 18.00 E) 19.00

3. İki hemşireden biri 4 günde diğeri ise 6 günde bir nöbet tutmaktadırlar. Bu iki hemşire birlikte nöbet tuttuktan en az kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar?

- A) 12 B) 24 C) 36
D) 64 E) 48

4. 45 cm ve 75 cm uzunluğundaki farklı renkte iki kurdele birbirine eşit ve en büyük uzunluktaki parçalara ayrılmak isteniyor. Buna göre en az kaç parça elde edilir?

- A) 6 B) 7 C) 9
D) 4 E) 8

5. Yaşar'ın 2 bilyesi daha olsaydı bilyeleri dörderli, beşerli ve altışarlı gruplara ayrılabilirdi. Buna göre Yaşar'ın bilyelerinin sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 120 B) 182 C) 238
D) 302 E) 404

6. EBOB'ları 15 olan iki basamaklı birbirinden farklı üç doğal sayının toplamı en fazla kaçtır?

- A) 270 B) 225 C) 180 D) 135 E) 90

7. Bir istasyondan A kentine her 60 dakikada B kentine her 90 dakikada birer otobüs kalkmaktadır. Her iki kente saat 14.00'da otobüsler hareket etmiştir.

Tekrar aynı anda her iki kente saat kaçta otobüsler hareket eder ?

- A) 15.00 B) 16.00 C) 17.00
D) 18.00 E) 19.00

Cevap Anahtarı:

- 1) B 2) C 3) A 4) E 5) C 6) B 7) C



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for writing notes.



BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Öncelikle başlıkta kullanılan bölünebilme kavramını tanımlayalım.

Bölünebilme: A ve B herhangi iki doğal sayı olsun ($B \neq 0$). A sayısının B sayısına tam olarak yani kalansız bölünmesine denir.

B'nin neden 0'dan farklı olduğunu ayrıca araştırabilirsiniz.

Örnek

Bir çuvalda 12 kg kuru çay vardır. Bu miktardaki çayı paket sayısı doğal sayı olacak şekilde eşit ölçülerde paketlenmesi isteniyor. Kaç değişik kiloda paket hazırlanabilir?

Çözüm

12'nin bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12 olduğundan 6 değişik kiloda paket yapılabilir.

2 ile Bölünebilme

Birler basamağındaki (son basamak) rakamları 0, 2, 4, 6, 8 olan tam sayılar 2 ile tam bölünebilir.

Örnek

356a dört basamaklı bir sayıdır. Bu sayı 2 ile tam bölünebildiğine göre a rakamının alabileceği değerlerin toplamı nedir?

Çözüm

a rakamı: 0, 2, 4, 6, 8 değerlerini alabilir.

Soruda istenen = $0+2+4+6+8 = 20$

4 ile Bölünebilme

4 ile bölünebilme kuralında ise bölünecek sayının onlar ve birler basamağındaki (son iki basamak) sayı 4 ile tam bölünebiliyorsa o sayı da 4 ile tam bölünebilir. Aynı zamanda verilen sayının son iki basamağı 00 ise yine o sayı 4 ile kalansız bölünebilir.



Örnek

412, 676, 9828, 48, 1300, 27500 sayıları 4'e kalansız bölünebilir.

8 ile Bölünebilme

8 ile bölünebilme kuralında ise bölünecek sayının yüzler, onlar ve birler basamağındaki (son üç basamak) sayı 8 ile tam bölünebiliyorsa o sayı da 8 ile tam bölünebilir. Aynı zamanda verilen sayının son üç basamağı 000 ise yine o sayı 8 ile kalansız bölünebilir.

Örnek

424, 2504, 19864, 48000, 132000 sayıları 8'e kalansız bölünebilir.

5 ile Bölünebilme

Bölünecek sayının birler basamağı (son basamak) 0 ya da 5 ise o sayı 5 ile tam bölünür.

Örnek

465, 780, 1255, 37645, 2740 sayıları 5'e kalansız bölünebilir.

10 ile Bölünebilme

Bölünecek sayının birler basamağı (son basamak) 0 ise o sayı 10 ile tam bölünür.

Örnek

120, 5230, 482740, 987530 sayıları 10'a kalansız bölünebilir.

3 ile Bölünebilme

Bölünecek sayının rakamları toplamı 3'ün katı ise o sayı 3 ile tam bölünür.

0 kendisi hariç tüm sayılara tam bölünür.

Örnek

689 sayısı 3'e kalansız bölünebilir mi?

Çözüm

689 sayısının rakamları toplanır.

$6 + 8 + 9 = 23$ (3'ün katı değil) O hâlde 689 sayısı 3'e kalansız bölünemez.

9 ile Bölünebilme

Bölünecek sayının rakamları toplamı 9'un katı ise o sayı 9 ile tam bölünür.

Örnek

54729 sayısı 9'a kalansız bölünebilir mi?

Çözüm

54729 sayısının rakamları toplanır.

$$5 + 4 + 7 + 2 + 9 = 27(9 \text{ un katı})$$

O halde 54729 sayısı 9'a kalansız bölünebilir.

6 ile Bölünebilme

2'ye ve aynı zamanda 3'e de kalansız bölünebilen tüm sayılar aynı zamanda 6'ya da kalansız bölünebilirler.

Örnek

486 sayısı

Birler basamağı çift sayı olduğu için 2'ye kalansız bölünebilir.

Rakamları toplamı 3'ün katı olduğu için 3'e kalansız bölünebilir.

Dolayısıyla 2'ye ve aynı zamanda 3'e de kalansız bölünebildiği için 6'ya da kalansız bölünebilir.

Aralarında Asal Sayılar - Bölünebilme İlişkisi

Bir tam sayı aralarında asal iki doğal sayıya bölünebiliyorsa bunların çarpımına da tam olarak bölünür.

Örnek

3 ve 5 sayılarının pozitif ortak böleni yalnızca 1'dir. Bu sayılar aralarında asaldır. 3 ve 5 ile bölünebilen bir sayı $3 \cdot 5 = 15$ sayısı ile de tam bölünebilir.

360 sayısını ele alalım.

360 sayısı 3 ile tam bölünür. Çünkü $3+6+0=9$, 9 sayısı da 3'ün tam katı olduğundan 360 sayısı 3 ile tam bölünür.

360 sayısı 5 ile tam bölünür. Çünkü sayının son basamağında 0 olduğundan 360 sayısı 5 ile tam bölünür.

360 sayısı hem 3 ile hem de 5 ile tam bölünebildiğinden 15 sayısı ile de tam bölünür.



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. $53a$ sayısı 5 ile tam bölünebildiğine göre a rakamının alacağı değerlerin çarpımı nedir?

A) 5 B) 0 C) 6 D) 9 E) 12

2. $5b34$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre b sayısı kaç farklı değer alabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $222c$ sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre c sayısının alabileceği değerlerin toplamı nedir?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

4. $67a$ sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre a sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 8 B) 4 C) 5 D) 3 E) 16

5. Rakamları farklı $52a3b$ sayısı 45 ile tam bölünüyorsa a kaçtır?

A) 1 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

6. Aşağıdaki sayılardan hangisi 2, 3 ve 4 ile tam bölünür?

A) 145 B) 242 C) 366 D) 456 E) 632

Cevap Anahtarı:

1) B 2) D 3) D 4) A 5) D 6) D



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.





RASYONEL SAYILAR

a, b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçimindeki sayılara rasyonel sayı denir.

Örnek

$$\frac{3}{7}, -\frac{12}{5}, \frac{0}{25}$$

$$\frac{a}{b} \rightarrow \text{pay}$$

$$\frac{a}{b} \rightarrow \text{payda}$$

Kesir Çeşitleri

1. Basit Kesir:

Payı paydasından küçük olan kesirlere basit kesir denir.

Örnek

$$\frac{4}{7}, -\frac{1}{6}$$

2. Bileşik Kesir:

Payı paydasından büyük veya payı paydasına eşit olan kesirlere bileşik kesir denir.

Örnek

$$\frac{6}{5}, \frac{3}{3}, -\frac{4}{3}$$

3. Tam Sayılı Kesir

Bir tam sayı ve basit kesir ile yazılan kesirlere tam sayılı kesir denir.

Örnek

$$2\frac{2}{3}, -3\frac{1}{5}$$

Rasyonel Sayılarda İşlemler

1. Toplama ve Çıkarma:

Toplama ve çıkarma işlemi yapılabilmesi için rasyonel sayıların paydalarının eşitlenmesi gerekir. Eşitleme yapıldıktan sonra paylar toplanıp paya yazılır. Ortak payda paydaya yazılır.

Örnek

$\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20}$$

(5) (4)

Örnek

$\frac{2}{7} - \frac{5}{3}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{2}{7} - \frac{5}{3} = \frac{6}{21} - \frac{35}{21} = -\frac{29}{21}$$

(3) (7)

2. Çarpma ve Bölme:

Kesirlerde çarpma işlemi yapılırken kesirlerin payları çarpılıp paya, paydaları çarpılıp paydaya yazılır.

Örnek

$\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{10}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{10} = \frac{24}{90}$ cevap doğru olsa da şıklarda bu kesrin en sade hâli olacaktır.

$\frac{24 : 6}{90 : 6} = \frac{4}{15}$ doğru cevap olacaktır.

Kesirlerde bölme işlemi yapılırken birinci kesir aynen yazılıp, ikinci kesrin çarpma işlemine göre tersi alınarak (pay ve paydası yer değiştirilerek) çarpma işlemi yapılır.

Örnek

$2\frac{2}{5} : \frac{3}{2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$2\frac{2}{5} : \frac{3}{2} = \frac{12}{5} : \frac{3}{2} = \frac{12}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{24}{15}$$

Cevap doğru olsa da şıklarda bu kesrin en sade hâli olacaktır.

Cevabın en sade hali $\frac{24}{15} = \frac{8}{5}$ 'tir.

İşlem Önceliği

Birden fazla işlemin bulunduğu sorularda aşağıdaki işlem sırasına göre çözüm yapılmalıdır.

İşlem önceliği;

1. Üslü İfadeler
2. Parantezli işlemler
3. Çarpma ve bölme
4. Toplama ve çıkarma

biçiminde olmalıdır. Aksi takdirde işlem doğru olsa bile cevap yanlış olacaktır.

Örnek

$\frac{3}{5} + \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{5} + \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{8}$ İlk olarak çarpma işlemi yapılır.

$$= \frac{3}{5} + \frac{20}{24} \quad \text{Sadelleştirme ve payda eşitleme yapılır.}$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{20:4}{24:4} = \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{18}{30} + \frac{25}{30} = \frac{43}{30}$$

(6) (5)

Rasyonel Sayılarda Sıralama

1. Paydaları eşit olan kesirlerden payı büyük olan kesir daha büyüktür.

Örnek

$$\frac{8}{17}, \frac{1}{17}, \frac{12}{17}, \frac{5}{17}, \frac{20}{17}$$

Yukarıdaki kesirleri büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Paydaları eşit olduğu için payı büyük olan kesir daha büyüktür.

$$\frac{20}{17} > \frac{12}{17} > \frac{8}{17} > \frac{5}{17} > \frac{1}{17}$$

2. Payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan kesir daha büyüktür.

Örnek

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{13}, \frac{5}{2}, \frac{5}{5}, \frac{5}{20}$$

Yukarıdaki kesirleri büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Payları eşit olduğu için paydası küçük olan kesir daha büyüktür.

$$\frac{5}{2} > \frac{5}{5} > \frac{5}{6} > \frac{5}{13} > \frac{5}{20}$$

3. Pay ve paydaları eşit olmayan kesirlerin sıralaması yapılırken genişletme yapılarak pay ve ya paydası eşitlenir ve sıralama yapılır.

4. Negatif rasyonel sayılarda sıralama yapılırken kesirler pozitifmiş gibi sıralanıp tam tersine çevrilir.

Ondalık Sayılar

Paydası 10, 100, 1000 gibi olan kesirlere ondalık sayı denir.

$$\frac{8}{10} = 0,8 \quad \frac{24}{100} = 0,24 \quad \frac{6}{100} = 0,06$$



Örnek

$\frac{0,3}{0,6} + \frac{0,08}{0,16}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\left(\frac{3}{10} : \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{3}{100} : \frac{6}{100}\right) = \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{6}\right) + \left(\frac{3}{100} \cdot \frac{100}{6}\right) = \frac{30}{60} + \frac{800}{1600}$$

$$= \frac{30:30}{60:30} + \frac{800:800}{1600:800} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Uygulama

1. a) $\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$ işleminin sonucunu bulunuz.
b) $\frac{4}{5} - \frac{5}{9}$ işleminin sonucunu bulunuz.
2. a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$ işleminin sonucunu bulunuz.
b) $\frac{3}{5} : \frac{1}{4}$ işleminin sonucunu bulunuz.
3. a) $a = \frac{15}{18}$, $b = \frac{14}{17}$, $c = \frac{13}{16}$ sayılarını sıralayınız.
b) $a = \frac{11}{9}$, $b = \frac{23}{21}$, $c = \frac{37}{35}$ sayılarını sıralayınız.
4. a) $(0,73 - 0,24) + 0,65$ işleminin sonucu kaçtır?
b) $0,25 \cdot 2,34$ işleminin sonucu kaçtır?

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi

$(\frac{2}{7}, \frac{3}{5})$ aralığında bulunur?

- A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{3}{14}$ C) $\frac{11}{35}$
D) $\frac{15}{56}$ E) $\frac{5}{24}$

$$x = \frac{13}{15}, y = \frac{103}{105}, z = \frac{13}{16}$$

2. Olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x > y > z$ B) $x > z > y$ C) $z > x > y$
D) $z > y > x$ E) $y > x > z$

$$\frac{4}{5} + \frac{44}{55} + \frac{444}{555} + \frac{4444}{5555} + \frac{44444}{55555}$$

3. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$2016 \frac{2001}{2001} - 2017$$

4. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 7 E) 2004

$$7,35753 > 7,35AA6$$

5. Olduğuna göre A rakamının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 11 D) 21 E) 28

$$\frac{0,1}{0,004} + \frac{6}{1,2} - \frac{0,45}{0,09} - \frac{2,1}{4,2}$$

6. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{51}{2}$ B) $\frac{49}{2}$ C) $\frac{47}{2}$
D) $\frac{1}{2}$ E) 5

$$\frac{(0,01 + 0,1 + 0,001) \cdot 12}{(0,3 + 0,03 + 0,003)}$$

7. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Cevap Anahtarı:

- 1) C 2) D 3) B 4) A 5) D 6) B
7) B



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



ÜSLÜ SAYILAR

a ve b pozitif tam sayı olmak üzere a^b biçimindeki ifadelere üslü sayılar denir.



Bir üslü sayı hesaplanırken kuvvet kaç ise taban, kuvvet sayısı kadar yan yana yazılıp çarpılır.

Örnek

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

$$28^1 = 28$$

Örnek

$\frac{2^7 + 2^6}{4^2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{2^7 + 2^6}{4^2} = \frac{128 + 64}{16} = 12$$

Üslü Sayıların Özellikleri

0'dan hariç bütün reel sayıların sıfıncı kuvveti 1'e eşittir.

- $a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$ 'dir.

Her sayının birinci kuvveti kendisine eşittir.

- $a^1 = a$ 'dir.

Sıfırın sıfıncı kuvveti hariç, bütün kuvvetlerinin sonucu sıfıra eşittir. 0^0 ifadesi belirsizdir.

- $a \neq 0$ olmak üzere $0^a = 0$ 'dir.

1'in bütün kuvvetlerinin sonucu 1'e eşittir.



Örnek

$7^1 + 5^0 - 0^{25} - 1^{1024}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$7^1 = 7$$

$$5^0 = 1$$

$$0^{25} = 0$$

$$1^{1024} = 1$$

$$7^1 + 5^0 - 0^{25} - 1^{1024} = 7 + 1 - 0 - 1 = 7$$

Negatif Üs

n pozitif bir tam sayı olmak üzere;

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ve } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \text{ 'dir.}$$

Örnek

$5^{-2} + 2^{-2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$5^{-2} + 2^{-2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{4} = \frac{4}{100} + \frac{25}{100} = \frac{29}{100} = 0,29$$

Üslü Sayıların İşareti

Tabanı pozitif olan üslü ifadelerin sonucu her zaman pozitiftir. Tabanı negatif olan üslü ifadelerin ise kuvveti çift ise pozitif, tek ise negatif olur.

$a > 0$ olmak üzere;

$a^{\text{çift}} = \text{pozitif}$

$a^{\text{tek}} = \text{pozitif}$

$b < 0$ olmak üzere;

$b^{\text{çift}} = \text{pozitif}$

$b^{\text{tek}} = \text{negatif}$

Örnek

$(-2)^3 + (-3)^3 + (-5)^2$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$(-2)^3 + (-3)^3 + (-5)^2 = (-8) + (-27) + (+25) = -10$$

Üssün Üssü

Bir üslü ifadede üssün üssü alınırken üsler çarpılarak tabanın üssüne yazılır.

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

Örnek

$(16^5)^3$ ifadesini tabanı 2 olacak şekilde yazınız.

Çözüm

$$16 = 2^4$$

$$((2^4)^5)^3 = 2^{4 \cdot 5 \cdot 3} = 2^{60}$$

Üslü Sayılarda İşlemler**1. Çarpma**

Tabanları aynı olan ifadeler çarpılırken üsler toplanır ve ortak tabanın üssüne yazılır.

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

Örnek

$7^6 \cdot 7^{-12} \cdot 7^4$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$7^6 \cdot 7^{-12} \cdot 7^4 = 7^{6+(-12)+4} = 7^{-2}$$

Üsleri aynı tabanları farklı olan üslü ifadeler çarpılırken tabanlar çarpılıp ortak üsse yazılır.

$$a^b \cdot c^b = (a \cdot c)^b$$



Örnek

$3^4 \cdot 5^4$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4$$

2. Bölme

Tabanları aynı olan ifadeler bölünürken üsler çıkartılarak ortak tabanın üssüne yazılır.

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

Örnek

$10^5 : 10^{-14}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$10^5 : 10^{-14} = 10^{5-(-14)} = 10^{5+14} = 10^{19}$$

➤ Üsleri aynı tabanları farklı olan ifadeler bölünürken, tabanlar bölünüp ortak üsler üsse yazılır.

Örnek

$24^6 : 3^6$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$24^6 : 3^6 = \left(\frac{24}{3}\right)^6 = 8^6$$

Üslü Denklemler

Üslü denklemler çözülürken ya tabanların ya da üslerin eşitlenmesi gerekir. Daha sonra denklem çözme stratejilerinden yola çıkılarak üslü denklemler çözülür.

Örnek

$32^{2x-3} = 8^{25}$ ifadesini sağlayan x değerini bulunuz.



Çözüm

$$32 = 2^5$$

$$8 = 2^3$$

$$(2^5)^{2x-3} = (2^3)^{25} \quad [\text{Üssün üssü olduğu için üsler çarpılır.}]$$

$$2^{10x-15} = 2^{75} \quad [\text{Tabanlar aynı olduğu için üsler de aynıdır.}]$$

$$10x - 15 = 75$$

$$10x = 75 + 15$$

$$10x = 90$$

$$x = \frac{90}{10}$$

$$x = 9$$

Uygulama

1. $\left(\frac{0,027}{0,003}\right)^x = 243$ ise x in değerini bulunuz.

2. $3^{x+2} = 6^{x-1}$ olduğuna göre 2^x değerini bulunuz.

3. $(2x-1)^{x+3} = 1$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımını bulunuz.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$a = 32^6$, $b = 16^7$, $c = 8^{13}$ ise

1. a , b , c sayılarının doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a > c > b$ B) $b > c > a$ C) $b > a > c$
D) $c > a > b$ E) $c > b > a$

2. Aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi daima doğrudur?

- $(-1)^{2a} = 1$
- $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$
- $3^2 \cdot 2^3 = 6^6$
- $5^2 + 2^5 = 7^7$
- $3^x + 3^y = 3^{x+y}$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. 2048 sayısının %50'si aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2^{10} B) 4^5 C) 32^2
D) 512 E) 1024

$$(-1)^1 + (-1)^3 + (-1)^5 + \dots + (-1)^{99}$$

4. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -99 B) -50 C) -48 D) 50 E) 99

5. $6^{a-1} = 3^{a+1}$ ise 2^a kaçtır?

- A) 2 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

$$\left(\frac{7^1}{1+2^{-1}+2^{-2}} \right)^{-1}$$

6. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{4}{7}$
D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{4}$

$$2^a = 18$$

$$3^b = 28$$

$$5^c = 50 \text{ veriliyor.}$$

7. a , b , c sayılarının doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $b > c > a$
D) $c > a > b$ E) $c > b > a$

Cevap Anahtarı:

- 1) D 2) B 3) E 4) B 5) D 6) E 7) A



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, starting below the 'NOTLAR' header and ending above the footer.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



KAREKÖKLÜ İFADELER

Bir sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine o sayının karekökünü alma denir. Karekök “ $\sqrt{\quad}$ ” sembolü ile gösterilir.

Örnek

$$\sqrt{1} = \sqrt{(1^2)} = 1$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{(3^2)} = 3$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{(8^2)} = 8$$

$$\sqrt{256} = \sqrt{(16^2)} = 16 \text{ olur.}$$



Uyarı

Bir tamsayının karesi olarak yazılamayan sayılar ise karekök dışına $a\sqrt{b}$ şeklinde çıkarılır.

Örnek

$\sqrt{24}$ sayısını karekök dışına çıkaralım.

Bunun için önce 24 sayısı asal çarpanlarına ayrılır.

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Görüldüğü üzere $\sqrt{24} = \sqrt{(2^2 \cdot 2 \cdot 3)} = 2\sqrt{6}$ olur.

2^2 Karekök dışına 2^1 olarak çıkabilir.

Örnek

$\sqrt{160}$ sayısını karekök dışına çıkaralım.

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

Bunun için önce 160 sayısı asal çarpanlarına ayrılır.

Görüldüğü üzere $\sqrt{160} = \sqrt{(2^4 \cdot 2 \cdot 5)} = 4\sqrt{10}$ olur.

2^4 karekök dışına 2^2 olarak çıkabilir.

Örnek

$$5\sqrt{2} = \sqrt{(25 \cdot 2)} = \sqrt{50}$$

5 sayısı karekök içine $5^2 = 25$ olarak girmiştir.



Uyarı

Karekök dışındaki bir sayı, karesi alınarak kök içine çarpım hâlinde girip, kök içindeki diğer sayılarla çarpılabilir.

Kareköklü İfadelerde Sıralama

Kareköklü sayılar sıralanırken karekök içindeki sayılar karşılaştırılır. Karekök içine yazılan sayılardan hangisi büyük ise onun karekökü daha büyüktür.

Örnek

$\sqrt{12}, \sqrt{30}, \sqrt{18}, \sqrt{40}$ sayıları sıralandığında $\sqrt{40} > \sqrt{30} > \sqrt{18} > \sqrt{12}$ olur.

Örnek

$5\sqrt{2}, 7, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{6}$ sayıları sıralanırken ise;

$$5\sqrt{2} = \sqrt{50}$$

$$7 = \sqrt{49}$$

$$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$$

$3\sqrt{6} = \sqrt{54}$ olduğundan $\sqrt{54} > \sqrt{50} > \sqrt{49} > \sqrt{20}$ olur.

Dolayısıyla; $3\sqrt{6} > 5\sqrt{2} > 7 > 2\sqrt{5}$ olur.

Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken, karekök içleri aynı olan ifadelerin katsayıları toplanır/çıkarılır ve ortak kök aynı yazılır.

Örnek

$$2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = (2 + 7 - 4)\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \text{ olur.}$$

Örnek

$$9\sqrt{7} + 7\sqrt{2} - 4\sqrt{7} + 3\sqrt{2} = (9 - 4)\sqrt{7} + (7 + 3)\sqrt{2} = 5\sqrt{7} + 10\sqrt{2} \text{ olur.}$$

Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri

Kareköklü ifadelerde çarpma işleminde, katsayılar kendi aralarında, karekök içindeki ifadeler de kendi aralarında çarpılır/bölünür.

- $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 2 \cdot 5\sqrt{(3 \cdot 2)} = 10\sqrt{6}$ olur.
- $4\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 4 \cdot 7\sqrt{(2 \cdot 2)} = 28\sqrt{4} = 28 \cdot 2 = 56$ olur.
- $8\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} = (8 \div 2) \sqrt{((6 \div 3))} = 4\sqrt{2}$ olur.
- $(4\sqrt{15}) : (2\sqrt{5}) = 4:2\sqrt{(15:5)} = 2\sqrt{3}$ olur.
- $(\sqrt{32} - \sqrt{8}) : (\sqrt{50} - \sqrt{32}) = (4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) : (5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}) = (2\sqrt{2}) : (1\sqrt{2}) = 2$ olur.

Ondalık Gösterimlerin Karekökleri

Ondalık gösterimlerin karekökleri bulunurken, kareköklü ifadelerde bölme işlemin-den yararlanılır. İşlem yapılırken aşağıdaki adımlar izlenir:

Öncelikle karekök içindeki ondalık gösterim kesir sayısı olarak yazılır.

Ardından kareköklü ifadelerde bölme işlemi kullanılarak pay ve payda ayrı ayrı yazılır. Karekök içinde yazılan pay ve paydanın karekökleri bulunur.

Bulunan kesir ondalık gösterim olarak yazılır.

Örnek

$$\begin{aligned}\sqrt{0,49} &= \sqrt{\left(\frac{49}{100}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{7}{10} \\ &= \sqrt{0,7} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek

$$\begin{aligned}\sqrt{1,96} &= \sqrt{\left(\frac{196}{100}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{14}{10} \\ &= \sqrt{1,4} \text{ olur.}\end{aligned}$$



Örnek

$$\frac{\sqrt{1,44} - \sqrt{0,64}}{\sqrt{2,56} - \sqrt{1,96}} = (1,2 - 0,8) / (1,6 - 1,4) = 0,4 / 0,2 = 2 \text{ olur.}$$

Uygulama

1. Aşağıdaki sayıların kareköklerini bulunuz.

I. $\sqrt{169}$

II. $\sqrt{9}$

III. $\sqrt{4^3}$

IV. $\sqrt{256}$

I. $6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2}$

II. $12\sqrt{5} + 15\sqrt{3} - 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

III. $30\sqrt{3} + 3\sqrt{7} + 5\sqrt{3} - \sqrt{7}$

IV. $2\sqrt{32} - 4\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \sqrt{3}$

V. $5\sqrt{125} + 10\sqrt{5} - 2\sqrt{150} + \sqrt{24}$

2. Yukarıda verilen ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

3. Aşağıda verilen kareköklü ifadelerle çarpma işlemlerinin sonucunun en sade hâlini bulunuz.

i. $5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{7}$

ii. $10\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{8}$

iii. $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{5}$

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$$\sqrt{25} + \sqrt{81} - \sqrt{49}$$

1. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$a = 3\sqrt{5}, b = 5\sqrt{2}, c = 4\sqrt{3}, d = 2\sqrt{7}$$

2. Olmak üzere; a, b, c ve d sayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $c > b > a > d$
B) $a > b > c > d$
C) $c > d > a > b$
D) $c > b > d > a$
E) $b > c > a > d$

$$\frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{15}}{3\sqrt{5}}$$

3. İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$
E) 5

4. $\sqrt{48}$ 'in yaklaşık değerini bulmak için aşağıdaki sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinmelidir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{11}$

$$\sqrt{(-3)^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{16}$$

5. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 8 E) 24

$$\frac{\sqrt{0,169} + \sqrt{0,144}}{\sqrt{0,81}}$$

6. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{25}{9}$

Cevap Anahtarı

- 1) C 2) E 3) D 4) B 5) B 6) D



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



BASİT EŞİTSİZLİKLER

Eşitsizlikler, bir niceliğin alabileceği farklı değerleri tanımlamak ya da iki niceliği büyüklük küçüklük yönünden karşılaştırmak için kullanılan matematiksel ifadelerdir.

İki ifadenin birbirlerine göre büyüklük veya küçüklük durumlarını ifade etmek için de “<” (küçüktür) , ”>” (büyüktür), “≤” (küçük eşittir) veya “≥” (büyük eşittir) sembolleri kullanılır.

Örnek

- “Bugün hava sıcaklığı 17°C’dereceden daha sıcak olacaktı.” eşitsizlik ifade eden bir cümledir. Hava sıcaklığını x ile gösterirsek, bu cümlenin matematiksel ifadesi $x > 17$ olur.

a sıfırdan farklı olmak üzere, a ve b gerçekte sayılarını ve <, >, ≤, ≥ sembollerinden birini içeren $ax + b < 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$ ve $ax + b \geq 0$ şeklinde yazılabilen cebirsel ifadeler eşitsizlik olarak adlandırılır.

Örnek

- “4 eksiği 5’ten büyük olan sayılar”, eşitsizlik ifade eden bir cümledir.

Bu cümlenin matematiksel ifadesi $x - 4 > 5$ olur.

Eşitsizliği çözmek için eşitsizlikte değişkenin değerlerini bulmak gerekir. Bulunan bu değerlere eşitsizliğin çözümü adı verilir. Aynı denklem çözerken yapıldığı gibi, eşitsizlik çözülürken de değişkeni yalnız bırakmak için, değişkene uygulanan işlemler ters sırada yapılır.

Eşitsizlik çözümü yapılırken;

- Eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılırsa eşitsizlik bozulmaz.
- Eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılıp veya bölünürse eşitsizlik bozulmaz.
- Eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpılıp veya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

Örnek

$3x + 12 > 5x - 16$ eşitsizliğinde x’in alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?



Çözüm

$$3x + 12 > 5x - 16$$

$$12 + 16 > 5x - 3x$$

$$\frac{28}{2} > x$$

$$14 > x$$

Bu durumda x'in en büyük tamsayı değeri 13 olur.

Örnek

$$\frac{x+4}{5} > 3 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$

Çözüm

$$\frac{x+4}{5} > \frac{3}{1} \text{ (Payda eşitleyerek çözüm yapılır.)}$$

$$\frac{x+4}{5} > \frac{15}{5} \text{ (Paydalar görmezden gelinerek çözüm yapılır.)}$$

$$x + 4 > 15$$

$$x > 15 - 4$$

$$x > 11$$

Örnek

x ve y tamsayı olmak üzere $12 > x > 8$, $-8 > y > -16$ eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre $2x - 3y$ ifadesinin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

Çözüm

$2x - 3y$ değerinin en büyük değeri için x' e en büyük, y'ye en küçük tamsayı değeri verilmelidir.

$x = 11$ ve $y = -15$ için doğru cevaba ulaşılabilir.

$$2 \cdot (11) - 3 \cdot (-15) = 22 + 45 = 67$$



Uygulama

1. Ahmet, $-2x + 4 \geq 7$ eşitsizliğinin çözümünü aşağıdaki gibi yapıyor ancak sonucu hatalı buluyor.

$$-2x + 4 \geq 7$$

$$-2x + 4 - 4 \geq 7 - 4$$

$$-2x \geq 3$$

$$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{3}{-2}$$

$$x \geq \frac{3}{-2}$$

Buna göre, Ahmet'in hangi adımda hata yaptığını bularak doğru çözümü yapınız.

2. "2 katından 12 fazlası 26'dan küçük olan sayılar" ifadesine uygun eşitsizliği yazınız. Ardından, yazdığınız eşitsizliği çözüp sayı doğrusunda gösteriniz.

3. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin kenarlarından biri, diğerinin 2 katı kadardır. Bahçenin çevresinin uzunluğu 70 metreden küçüktür. Buna göre, bahçenin uzun kenar uzunluğunun metre cinsinden alabileceği en büyük tam sayı değeri nedir?



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$$-11 + 5x \leq 2x + 19$$

1. Eşitsizliğin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq 10$ B) $x \leq 1$ C) $x \geq 10$
D) $x \geq 1$ E) $x \geq 15$

Bir geniş açının ölçüsü $(x+20)$ derecedir.

2. Buna göre x 'in alabileceği derecenin aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 < x < 160$
B) $-160 < x < 70$
C) $160 < x < 180$
D) $70 < x < 160$
E) $90 < x < 150$

Bir asansör en fazla 800 kg yük taşıyabilmektedir.

3. 50 kg'lık kolileri asansörle taşımak isteyen Faruk Bey 95 kg olduğuna göre, Faruk Bey asansörde kendisiyle en fazla kaç koli taşıyabilir?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

x ve y reel sayı olmak üzere

$$-4 < x < 6 \text{ ve } -1 < y < 5$$

eşitsizlikleri veriliyor.

4. Buna göre $2x-3y$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$$3 < a < 4$$

5. Yukarıda verilenlere göre 5^a 'nın değeri aşağıdakilerden hangisi olmaz?

- A) 150
B) 250
C) 350
D) 550
E) 650

Cevap Anahtarı:

- 1) A 2) D 3) B 4) C 5) E



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



MUTLAK DEĞER

Bir sayının sıfıra olan uzaklığına mutlak değer denir. Mutlak değer $|a|$ biçiminde gösterilir. Mutlak değer sayının sıfıra olan uzaklığını belirttiği ve uzaklıkların negatif değer alamayacağı için bir sayının mutlak değeri ya sıfır ya da sıfırdan büyük olmak zorundadır.

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere , $|a| \geq 0$ 'dır.

Örnek

$| -8| + |12| + | -7|$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

Öncelikle mutlak değerli ifadelerin değeri bulunur. Daha sonra işlem yapılır.

$$|-8| = 8$$

$$|12| = 12$$

$$|-7| = 7$$

$$|-8| + |12| + |-7|$$

$$8 + 12 + 7 = 27$$

Örnek

$|x + 3| = 12$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm

$|x + 3|$ ifadesi 12 ye eşitse $x+3$ ifadesi ya 12 ya da -12 olmalıdır. İki değere de eşitlenip x 'in alabileceği değerlerin toplanması gerekir.

$$x_1 + 3 = 12$$

$$x = 12 - 3$$

$$x_1 = 9$$

$$x_2 + 3 = -12$$

$$x_2 = -12 - 3$$

$$x_2 = -15$$

$$x_1 + x_2 = 9 + (-15) = -6$$



Örnek

$|x| < 5$ eşitsizliğinde x 'in alabileceği tamsayı değerlerini bulunuz.

Çözüm

$|x| < 5$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri -5 ile 5 arasındaki tamsayılardır.

$$-5 < x < 5$$

x 'in uygun olan değerleri;

-4 , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4'tür.

Örnek

$|x - 3| < 2$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı olduğunu bulunuz.

Çözüm

$|x - 3| < 2$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri bulunurken $-2 < x - 3 < 2$ eşitsizliği çözülür.

$-2 < x - 3 < 2$ (Eşitsizliğin her tarafına +3 eklenir.)

$$-2+3 < x - 3 + 3 < 2+ 3$$

$$1 < x < 5$$

x 'in alabileceği tam sayı değerleri 2, 3, 4 olup, bu değerlerin sayısı 3 tanedir.



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$$|-8 - 1| + |-1 + 6| - |4|$$

1. İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 9 D) 10 E) 18

$$4x + |3x| - 21 = 0$$

2. Denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {3} B) {21} C) {3, 21}
D) {} E) R

$$x + 4 \cdot |x| - 15 = 0$$

3. Denklemini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3|x-2| + 12 = 0$$

4. Denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {4} B) {5} C) {6}
D) {14} E) ∅

$$|3x - 2| + |12x - 8| = 20$$

5. Denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} B) {-2, 2} C) $\{-\frac{2}{3}, 2\}$
D) $\{\frac{2}{3}, 2\}$ E) $\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$

Cevap Anahtarı

- 1) D 2) A 3) A 4) E 5) C



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



DENKLEMLER

$a \cdot x + b = 0$ biçimindeki matematik cümlelerine 1. dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir. Denklemler çözülürken amaç denklemdaki bilinmeyeni bulmaktır. Bilinmeyen ise denklemdaki eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak bulunur.

Örnek

$5x - 13 = 22$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$5x - 13 = 22$ (-13 karşı tarafa işaret değiştirerek geçer.)

$$5x = 22 + 13$$

$5x = 35$ (çarpım durumunda olan 5 diğer tarafa bölme olarak geçer.)

$$x = \frac{35}{5}$$

$$x = 7$$

Örnek

$\frac{x+2}{5} = \frac{2x-1}{3}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$\frac{x+2}{5} = \frac{2x-1}{3}$ (içler dışlar çarpımı yapılır.)

$$3 \cdot (x+2) = 5 \cdot (2x-1)$$

$3x + 6 = 10x - 5$ (Bilenenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa gönderilir.)

$$6 + 5 = 10x - 3x$$

$$11 = 7x$$

$$x = \frac{11}{7}$$



Örnek

$$\frac{x-1}{2} + \frac{3x+2}{4} = 6 \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

Çözüm

$$\frac{x-1}{2} + \frac{3x+2}{4} = 6 \text{ (paydalar eşitlenir.)}$$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{3x+2}{4} = \frac{6}{1} \text{ (paydalar eşitlendikten sonra paydalar görmezden gelinir.)}$$

$$= 2x - 2 + 3x + 2 = 24$$

$$= 5x = 24$$

$$x = \frac{24}{5}$$

Örnek

$$\frac{4x-6}{2x+3} = \frac{5}{2} \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

Çözüm

$$\frac{4x-6}{2x+3} = \frac{5}{2} \text{ (içler dışlar çarpımı yapılır.)}$$

$$2.(4x - 6) = 5.(2x + 3)$$

$$8x - 12 = 10x + 15$$

$$-12 - 15 = 10x - 8x$$

$$-27 = 2x$$

$$x = -\frac{27}{2}$$

Örnek

$$6 + \frac{3x+1}{2} = 15 \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

Çözüm

$$6 + \frac{3x + 1}{2} = 15 \text{ (6 diğer tarafa işaret değiştirerek geçer.)}$$

$$\frac{3x + 1}{2} = 15 - 6$$

$$\frac{3x + 1}{2} = \frac{9}{1} \quad (\text{içler dışlar çarpımı yapılır.})$$

$$3x + 1 = 18$$

$$3x = 18 - 1$$

$$3x = 17$$

$$x = \frac{17}{3}$$

Uygulama

1. Aşağıda verilen denklemleri çözünüz.

a. $\frac{5x}{14} + 2 = 10$

b. $\frac{3x}{4} + 7 = \frac{x}{2} + 15$

c. $\frac{6}{7}(x + 2) = 13$

d. $\frac{2}{9}(8x + 2) = \frac{2}{3}(3x - 1)$

2. Aşağıda verilen denklemleri çözünüz.

a. $4x - 5 = 25$

b. $7x + 11 = 4x - 1$

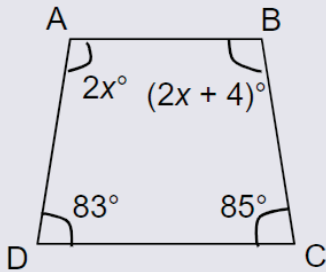
c. $3(5x - 1) = 2(x + 8)$

d. $\frac{x + 3}{2x + 6} = \frac{7}{16}$

e. $\frac{x + 3}{2} - \frac{x - 5}{3} = \frac{2x + 12}{6}$

f. $\frac{5}{2}(3x - 4) - \frac{7}{8}(2x + 4) = 2$

3. Aşağıda bir dörtgenin iç açıları gösterilmiştir. Verilenlere göre B açısının ölçüsü kaç derecedir?



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$$3.(x - 3) = 2.(8 - x)$$

1. Olduğuna göre x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) -3 D) -1 E) 0

2. Aşağıdakilerden hangisi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir?

- A) $3a + b = 15$
B) $2a - 3b = 25$
C) $3a - 1 = 7 - a$
D) $3a + 1 = 2b - 1$
E) $a + b = 10$

$$-2 \cdot (5 - x) + x = 3 \cdot (x - 2) + 3x + 2$$

3. Olduğuna göre x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3x - 7 = 5x + 9$$

4. Denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -1 D) 1 E) 8

$$\frac{5}{2x - 1} = \frac{3}{2 - x}$$

5. Olduğuna göre x kaçtır?

- A) 7 B) $\frac{10}{3}$ C) 3
D) $\frac{13}{11}$ E) $\frac{1}{2}$

$$2 + \frac{20}{3 + \frac{12}{x - 1}} = 6$$

6. Denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\frac{1 - 3x}{3} + 2x = \frac{1}{2} = x$$

7. Denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{12}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{7}$

Cevap Anahtarı

- 1) B 2) C 3) A 4) A 5) D 6) D 7) C



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, starting below the 'NOTLAR' header and ending above the footer.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



ÇARPANLAR AYIRMA

1. Ortak Çarpan Parantezi

Verilen cebirsel ifadedeki terimlerde bulunan ortak çarpanların parantezin dışına yazıldığı çarpanlara ayırma yöntemidir.

Örnek

$12x^2 + 8x - 6$ ifadesini ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$12x^2 + 8x - 6$ ifadesinin her teriminde bulunan ortak çarpan 2'dir. İfade 2 parantezine alınarak çarpanlarına ayrılabilir.

$$2 \cdot (6x^2 + 4x - 3)$$

2. Gruplandırarak Çarpanlarına Ayırma

Bu yöntem ortak çarpan parantezinde yapılan yöntemle benzerdir. Bu yöntemde farklı olarak terim sayısının 2, 4, 6, ... biçiminde çift sayıda terim içermesi gerekmektedir. Bu terimler ikişer ikişer gruplandırılarak iki kere ortak çarpan parantezi yöntemi uygulanır.

Örnek

$6x^2 + 15x + 4xy + 10y$ ifadesinin gruplandırarak çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$6x^2 + 15x + 4xy + 10y = 3x(2x+5) + 2y(2x+5)$ [Terim sayısının 2 taneye düştüğünü görüyoruz.]

$$3x \cdot (2x+5) + 2y \cdot (2x+5) = (2x+5) \cdot (3x+2y)$$

3. x^2+bx+c Biçimindeki İfadeleri Çarpanlarına Ayırma

x^2+bx+c biçimindeki ifadeler çarpanlarına ayrılırken çarpımları c ve toplamları b olan iki sayı belirlenir. Örneğin bu sayılar m ve n ise x^2+bx+c ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi $(m+x) \cdot (n+x)$ olur.



Örnek

$x^2 + 6x + 8$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

x^2+6x+8 ifadesi çarpanlarına ayrılırken çarpımları 8, toplamları 6 olan iki sayı belirlenir. Bu sayılar 2 ile 4 sayılarıdır.

Buna göre $x^2+6x+8= (x+2).(x+4)$ 'tür.

Örnek

$\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x - 2}$ ifadesinin en sade hâlini bulunuz.

Çözüm

$\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x - 2} = \frac{(x + 4) \cdot (x + 1)}{(x - 2) \cdot (x + 1)}$ [yandaki ifade de $(x+1)$ çarpanları sadeleşir.]

$$= \frac{(x + 4) \cdot \cancel{(x + 1)}}{(x - 2) \cdot \cancel{(x + 1)}} = \frac{x + 4}{x - 2}$$

4. ax^2+bx+c Biçimindeki İfadeleri Çarpanlarına Ayırma

ax^2+bx+c ifadesi çarpanlarına ayrılırken ax^2 ve c ifadeleri iki ifadenin çarpımı biçiminde yazılır. Bu çarpanların çapraz çarpılıp toplamı ortada ki bx değerini veriyorsa bu şekilde çarpanlarına ayrılabilir.

Örnek

$3x^2 + 7x - 6$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$$3x^2 + 7x - 6$$

$$3x \quad -2$$

$$x \quad +3$$

$$3x^2 + 7x - 6 = (3x - 2) \cdot (x + 3)$$

5. Tam Kare İfadeler

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$



Örnek

$$(a+6)^2=a^2+12a+36$$

$$(x-5)^2=x^2-10x+25$$

Örnek

$x+y=8$ ve $x.y=13$ olduğuna göre x^2+y^2 değeri kaçtır?

Çözüm

$$(x+y)^2= x^2+2xy+y^2$$

$$8^2=x^2+2.13+y^2$$

$$64= x^2+26 +y^2$$

$$64-26= x^2+y^2$$

$$38= x^2+y^2$$

6. İki Kare Farkı

$$x^2-y^2=(x-y).(x+y)$$

Örnek

$$x^2-36 = (x-6).(x+6)$$

$$16x^2-25y^2=(4x-5y).(4x+5y)$$

Örnek

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 25} \quad [\text{Yandaki ifade de } (x+1) \text{ çarpanları sadeleşir.}]$$

Çözüm

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 25} = \frac{(x - 2) \cdot \cancel{(x + 5)}}{(x - 5) \cdot \cancel{(x + 5)}} = \frac{x - 2}{x - 5}$$

Uygulama

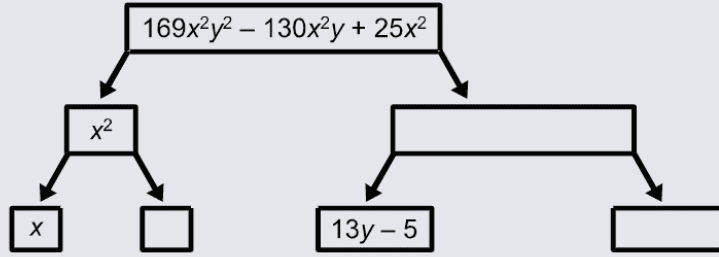
1. Aşağıda verilen cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a. $9x^3y^2 + 12x^2y + 3xy$

b. $49x^2 - 64$

c. $49x^2y - 14xy + y$

2. Alanı $9x^2$ olan bir tarlanın $4y^2$ karelik bir kısmına ekim yapılmıştır. Ekim yapılmayan alan bir dikdörtgen olduğuna göre, bu alanın çevre uzunluğunu veren cebirsel ifade nedir?



3. Yukarıda verilen şemada $169x^2y^2 - 130x^2y + 25x^2$ cebirsel ifadesi adım adım çarpanlarına ayrılmış ve çarpanlar alt satırdaki kutulara yazılmıştır. Buna göre, boş bırakılan kutulardaki cebirsel ifadelerin toplamı nedir?



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$\frac{3x + 9}{x^2 + x - 2}$ rasyonel fonksiyonu
 $\frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 1}$ şeklinde basit kesirle-
re ayrılabilir. Ayrılabilir.

1. Buna göre A – B değeri aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 5 B) 4 C) 0 D) –4 E) –5

$x^5 - x^3 + 8x^2 - 8$

2. Aşağıdakilerden hangisi yukarıda
verilen ifadesinin çarpanlarından bi-
ri değildir?

- A) $x - 1$ B) $x + 1$
C) $x + 2$ D) $x^2 - 2x + 4$
E) $x^2 + 2x + 4$

$$(x^2 - 2)^2 - x^2$$

3. Aşağıdakilerden hangisi yukarı-
da verilen ifadenin çarpanlarından
birdir?

- A) $x + 1$ B) $x - 1$ C) $3 - x$
D) $x - 2$ E) $x + 2$

$$\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 + 6x + 8}$$

rasyonel ifadesi sadeleştirilebildiğine
göre,

4. A sayısının alabileceği değerler
toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

Cevap Anahtarı:

- 1) E 2) E 3) B 4) A



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for writing notes.



ORAN – ORANTI

1. Oran

İki niceliği, bu niceliklerden birinin diğerine karşılık gelen miktarına bakarak karşılaştırmaya oran denir.

a 'nın b 'ye oranı a/b , $a \div b$ veya a/b şeklinde gösterilir.

Orandaki nicelikler 0'dan farklı bir sayı ile çarpılır veya bölünürse oran değişmeyeceğinden, oranın en sade hâlini elde edebilir veya oranın sade hâli üzerinden genişletme işlemleri yapabiliriz. Bu bilgiyi kullanarak birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerinin değerini kolaylıkla bulabiliriz.

Örnek

Her 8 kişilik pilav için 3 bardak pirinç kullanan bir usta 9 bardak pirinç kullandığında toplam kaç kişilik pilav yapmış olur?

Çözüm

Yapılan:

Pirinç (bardak) \rightarrow 3(bardak)

Pilav(kişi) \rightarrow 8(kişi)

İstenen:

Pirinç (bardak) \rightarrow 9(bardak)

Pilav(kişi) \rightarrow 8(kişi)

Yapılan:

İstenen:

3 (bardak) $\xrightarrow{3 \text{ katı}}$ 9(bardak)

8(kişi) $\xrightarrow{3 \text{ katı}}$ x(kişi)

3 bardak yerine 9 bardakla yapacak. Oran 3 katına çıktı, dolayısıyla kişi sayısı da 3 katına çıkacak. Bu durumda

$8 \cdot 3 = 24$ kişiye pilav yapmış olur.

2. Orantı

İki ya da daha fazla oranın eşitliğine orantı denir.

$a/b = c/d$ ifadesi bir orantıdır. Bu durumda içler dışlar çarpımı yapılırsa;

$a/b = c/d$ $a \cdot d = b \cdot c$ olur.

Örnek

$a/2 = b/3$ orantısı için $2a + 3b = 39$ olduğuna göre a kaçtır?

Çözüm

$$a/2 = b/3 = k \text{ olsun.}$$

$$\text{Bu durumda } a = 2k$$

$$b = 3k \text{ olur.}$$

$2a + 3b = 39$ eşitliğinde; a yerine $2k$ ve b yerine $3k$ yerleştirildiğinde;

$$2.2k + 3.3k = 4k + 9k = 13k = 39 \text{ olur. Dolayısıyla } k = 3 \text{ olur.}$$

$$a = 2k \text{ olduğuna göre } a = 2.3 = 6 \text{ olur.}$$

a) Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklar doğru orantılı çokluklar olur.

Örnek

3 günde 5 pantolon dikebilen bir terzi 12 günde kaç pantolon dikebilir?

Çözüm

$$3 \text{ gün} \quad \rightarrow \quad 5 \text{ pantolon}$$

$$12 \text{ gün} \quad \rightarrow \quad x \text{ pantolon}$$

$$3 \cdot x = 12 \cdot 5$$

$$3x = 60 \quad x = 20 \text{ olur.}$$



Uyarı

Çokluklardan biri artarken diğerk çokluk da arttığı için doğru orantı söz konusudur.

Örnek

102 adet ceviz 5 ve 12 yaşlarındaki iki kardeşe yaşlarıyla doğru orantılı olacak şekilde paylaşılacaktır. Buna göre büyük kardeş kaç ceviz alır?

Çözüm

$$5 \text{ yaşındaki kardeşin aldığı ceviz miktarı} \quad \rightarrow \quad 5k$$

$$12 \text{ yaşındaki kardeşin aldığı ceviz miktarı} \quad \rightarrow \quad 12k$$

$$\text{Toplam ceviz sayısı} \quad \rightarrow \quad 5k + 12k = 102$$

$$17k = 102$$

$$k = 6$$

$$\text{Dolayısıyla büyük kardeş} \quad \rightarrow \quad 12k = 12.6 = 72 \text{ ceviz alır.}$$

b)Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyor veya biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu çokluklara ters orantılı çokluklar olur.

Örnek

3 işçinin 15 günde bitirebildiği bir işi aynı nitelikteki 9 işçi kaç günde bitirir?

Çözüm

$$\begin{aligned} 3 \text{ işçi} &\longrightarrow 15 \text{ gün} \\ 9 \text{ işçi} &\longrightarrow x \text{ gün} \\ 3 \cdot 15 &= 9 \cdot x & 45 &= 9x \\ x &= 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$



Uyarı

Çokluklardan biri artarken diğeri azaldığı için ters orantı söz konusudur.

Uygulama

1. Bir nakliye firmasının taşıdığı ürünlerin $\frac{5}{18}$ 'inde hasar oluşmuştur. Firmanın taşıdığı ürün sayısı 90 olduğuna göre, ürünlerin kaç tanesi sağlam bir şekilde teslim edilmiştir?
2. 6 kg üzümünden 4 kg sirke elde edildiğine göre, 15 kg üzümünden kaç kg sirke elde edilir?
3. 5 boyacı 18 günde bir apartmanı boyayabilmektedir. 2 boyacı aynı apartmanı kaç günde boyayabilir ?
4. D ve E birbirine bağlı iki dişli çarktır. E çarkında 24 diş, D çarkında 8 diş vardır. Buna göre, E çarkı 6 tur döndüğünde D çarkı kaç tur döner?



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

Mehmet Bey, bahçesinden topladığı 40 kg ceviz, yaşları 4, 7 ve 9 olan üç çocuğuna yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyor.

1. Buna göre en büyük çocuk kaç ceviz almıştır?

A) 10 B) 14 C) 18 D) 22 E) 24

Bir üçgenin kenar uzunlukları 3, 4, 5 sayıları ile doğru orantılıdır.

2. Bu üçgenin çevresi 48 br olduğuna göre uzun kenar kaç birimdir?

A) 30 B) 25 C) 20 D) 16 E) 15

$a+1$ sayısı $b-3$ ile doğru orantılıdır.

3. $a = 7$ iken $b = 5$ ise $a = 11$ iken b kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Bir kümesteki tavuk sayısının kaz sayısına oranı $\frac{7}{2}$ olduğuna göre.

4. Kümesteki tavuk ve kazların ayak sayılarının toplamı kaç olabilir?

A) 66 B) 75 C) 120
D) 133 E) 146

230 kg fındık 8 ve 15 ile ters orantılı olacak şekilde iki parçaya ayrılacaktır.

5. Büyük parça küçük parçadan kaç kg fazladır?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

x , y ve z sayıları sırasıyla 3, 4 ve 5 sayıları ile ters orantılıdır.

6. $2x - y + 2z = 49$ ise x kaçtır?

A) 20 B) 40 C) 60
D) 120 E) 180

Hakan, bilgisayarına bir dosya yükleme işlemi yaparken bilgisayar ekranında 750 MB olan bir dosyanın sabit hızla 630 MB'nın yüklendiğini ve kalan yükleme için 4 dakika süre kaldığını görmüştür.

7. Buna göre Hakan dosya yüklemeye kaç dakika önce başlamıştır?

A) 21 B) 25 C) 30 D) 36 E) 40

Cevapları Anahtarı:

1) C 2) C 3) D 4) A 5) D 6) A 7) A



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



PROBLEMLER

Problemlerin çözümünde dikkat edilmesi gereken bir sıra vardır. Problem çözme karmaşık bir süreç olduğundan, bu süreçte aşamalı bir şekilde ilerlemek önemlidir. Bunun için aşağıdaki aşamalara göre ilerlemek problem çözmeyi kolaylaştırır.

- Problemi anlama
- Problemin çözümü için plan yapma
- Yapılan planı uygulama
- Elde edilen sonucu değerlendirme

Şimdi de farklı problem türlerine ait örneklerle nasıl problem çözebileceğimizi görebiliriz.

Örnek

Bir sayının 5 katının 3 eksiği, aynı sayının 3 katının 5 fazlasına eşittir. Bu sayı kaçtır?

Çözüm

İstenen sayı x olsun;

$$5x - 3 = 3x + 5$$

$$5x - 3x = 5 + 3$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$



Uyarı

Denklem çözme kuralları uygulanır.

Örnek

Bir merdiveni ikişer ikişer çıkıp, üçer üçer inen bir kişinin çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 25 fazla olduğuna göre, bu merdiven kaç basamaklıdır?

Çözüm

Çıkarken atılan adım sayısı (ikişer)

$$x + 25$$

Merdivenin toplam basamak sayısı

İnerken atılan adım sayısı (üçer)

$$x$$

$$2(x + 25) = 3x$$

$$2x + 50 = 3x$$

$$50 = 3x - 2x$$

$$x = 50$$

Bu durumda çıkarken atılan adım sayısı 75, inerken atılan adım sayısı 50 olur.

Dolayısıyla basamak sayısı

$$75 \cdot 2 = 150 \text{ olur.}$$

Örnek

Bir banka kuyruğunda bulunan Ahmet baştan 15. ve sondan da 12. olduğuna göre bu sırada kaç kişi vardır?

Çözüm

Ahmet baştan 15. sırada olduğuna göre Ahmet'ten önce 14 kişi, sondan 12. sırada olduğuna göre Ahmet'ten sonra da 11 kişi vardır.

Bu durumda;

Ahmet'ten önceki kişiler + Ahmet + Ahmet'ten sonraki kişiler

$$14 + 1 + 11 = 26$$

Örnek

➤ Bir annenin yaşı kızının yaşının 3 katından 2 eksiktir. İkisinin yaşları toplamı 46 olduğuna göre anne kaç yaşındadır?

Çözüm

Kızın yaşı x olsun. Bu durumda; Annenin yaşı $3x - 2$ olur.

İkisinin yaşları toplamı $x + 3x - 2 = 46$ olur

$$4x - 2 = 46$$

$$4x = 48$$

$$x = 12 \text{ (kızının yaşı)}$$

Annenin yaşı $3x - 2 = 3 \cdot 12 - 2 = 36 - 2 = 34$ olur.

Örnek

➤ 80 TL ye alınan bir mal 120 TL ye satıldığında yüzde kaç kâr edilmiştir?

Çözüm

Kâr miktarı = Satış fiyatı - Alış fiyatı = $120 - 80 = 40$ TL dir.

Malın Alış Fiyatı Elde Edilen Kâr

$$80 \qquad \qquad \qquad 40$$

$$100 \qquad \qquad \qquad x$$

$$x \cdot 80 = 100 \cdot 40 \qquad \qquad x = (100 \cdot 40) / 80 = 50$$

$x = 50$ (Yani % 50 kâr ile satılmıştır.)

Örnek

- Bir araç 80 km/sa hızla 6 saatte gittiği bir yolu 120 km/sa hızla kaç saatte gidebilir?

Çözüm

Araç saatte 80 km yol gidebiliyorsa;

Gidilen yol = Hız x Geçen süre formülünden

Gidilen yol = 80 x 6 = 480 km olur.

Aynı yolu 120km/ sa hızla kaç saatte gidebileceğini bulabilmek için;

Geçen süre = $\frac{\text{Yol}}{\text{Hız}}$ formülünden

$$\text{Geçen süre} = \frac{480}{120} = 4 \text{ saat olur.}$$

Uygulama

- 16 ve 17 yaşlarındaki iki arkadaş, yaz tatilinde çalışarak kazandıkları 396 TL'yi yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar. Buna göre her bir arkadaş kaç TL alır?
- Maaşı 2100 TL olan bir işçinin maaşına zam yapılıyor. İşçinin zamlı maaşı 2730 TL olduğuna göre maaşına yüzde kaç zam yapılmıştır?
- Meltem, 20 dakikada 50 sayfa kitap okuyor. Buna göre Meltem, aynı hızla 12 dakikada kaç sayfa kitap okur?
- Bir işçi, bir duvarı günde 5 saat çalışarak 80 günde örüyor. İşçi, aynı hızla günde 8 saat çalışırsa duvarı kaç günde örer?
- Bir şirketin bu yılki kârı, geçen yıla göre %20 artmış ve 600 000 TL olmuştur. Buna göre şirketin geçen yılki kârı kaç TL'dir?



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. 3 katının 4 eksiği ile 2 katının 5 fazlasının toplamı 26 olan sayı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

2. Bir merdiveni ikişer ikişer çıkıp, üçer üçer inen bir kişinin çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 15 fazla olduğuna göre, bu merdiven kaç basamaklıdır?

- A) 70 B) 110 C) 80
D) 120 E) 90

3. Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katından 5 fazladır. Baba oğlundan 25 yaş büyük olduğuna göre, oğlu kaç yaşındadır?

- A) 10 B) 11 C) 18
D) 8 E) 9

4. Bir araç 100 km/sa hızla 6 saatte gittiği bir yolu, hızını saatte 20 km artırarak kaç saat erken gidebilir?

- A) 1 B) 1,5 C) 2
D) 2,5 E) 3

Bir sınıftaki öğrenciler bahçede üçerli sıra oluyor. Bu öğrenciler ikişerli sıra olsalardı sıra sayısı 5 artacaktı.

5. Buna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

Tebliğat tarihinden sonra 15 gün içinde ödenen trafik cezalarında % 25 indirim uygulanmaktadır.

6. 180 lira trafik cezası gelen bir kişi bu cezayı tebliğat tarihinden sonra 15 gün içinde öderse ödeyeceği tutar kaç lira olur?

- A)120 B)135 C)145 D)150 E)160

Bir çubuk 8 eşit parçaya ayrılıyor. Eğer bu çubuk 10 eşit parçaya ayrılıyorsa parçalardan her biri 3 cm daha kısa olacaktı.

7. Buna göre, çubuğun parçalara ayrılmadan önceki boyu kaç santimetredir?

- A) 80 B) 90 C) 100
D) 120 E) 160

Cevap Anahtarı

- 1) C 2) E 3) A 4) A 5) D 6) B 7) D



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



VERİ ANALİZİ VE GRAFİKLER

1. Veri Analizi

Aritmetik Ortalama: Bir veri grubundaki veri değerlerinin toplamının veri sayısına bölümünden elde edilen değere aritmetik ortalama denir.

$$\text{Aritmetik Ortalama} = (\text{Verilerin Toplamı}) / (\text{Veri Sayısı})$$

Örnek

Dört kişilik bir ailede baba 41, anne 37, abi 12 ve kardeş 10 yaşında olduğuna göre bu ailenin yaş ortalaması yaşıtır?

Çözüm

$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{(\text{Verilerin Toplamı})}{(\text{Veri Sayısı})} = \frac{(41+37+12+10)}{4} = \frac{100}{4} = 25' \text{ tir.}$$

Örnek

Yaş ortalaması 32 olan beş kişilik bir gruba 44 yaşında bir kişi katılırsa grubun yaş ortalaması kaç olur?

Çözüm

Verilerin Toplamı = Aritmetik Ortalama x Veri Sayısı

Verilerin Toplamı = 32 . 5 = 160 (5 kişinin yaşları toplamı)

160 + 44 = 204 (6 kişinin yaşları toplamı)

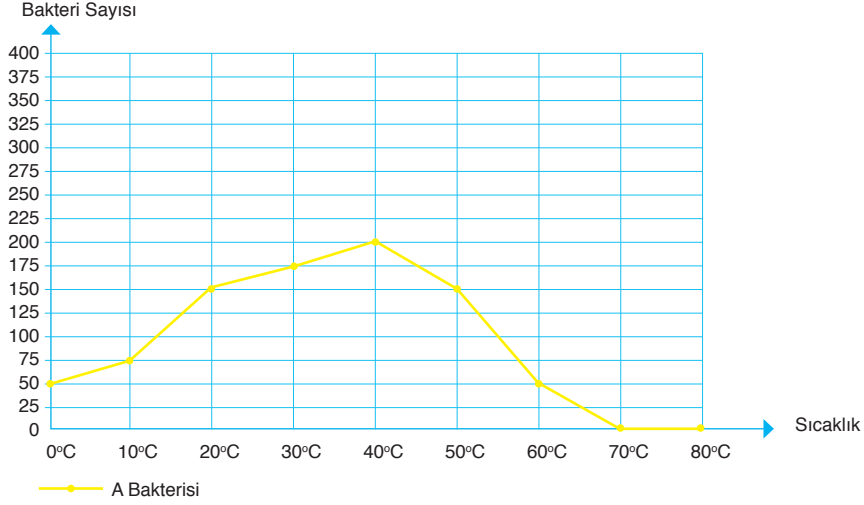
$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{(\text{Verilerin Toplamı})}{(\text{Veri Sayısı})} = \frac{204}{6} = 34 \text{ (6 kişinin yaşları ortalaması)}$$

2. Grafikler

a) Çizgi Grafikleri; zaman, sıcaklık gibi sürekli değişebilen faktörlere bağlı olarak elde edilen bir ya da birden fazla veri grubundaki değerlerin eş aralıklı ölçeklerde izlenmesi amacıyla kullanılır. Çizgi grafiğinde kullanılan faktörler birbirlerine bağlı olduğundan, bu faktörler uygun şekilde eksene sıralanarak incelenir.

Örnek

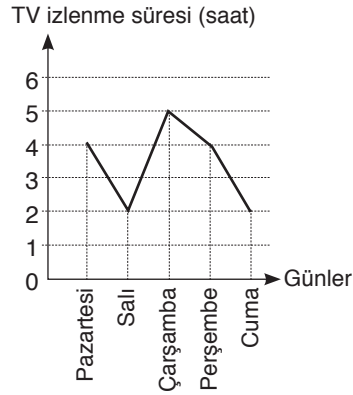
Aşağıdaki çizgi grafiğinde bir bakteri çeşidinin sıcaklığa bağlı değişimi çizgi grafiği ile gösterilmiştir.



Çözüm

Kabin sıcaklığını 0 derece iken 50 adet olduğu görülmektedir. Bununla beraber bakteri sayısının en yüksek değere 40 derece sıcaklıkta ulaştığı (200 adet), ardından ise giderek azaldığı, 70 derecede ise sıfırlandığı görülebilmektedir.

Örnek

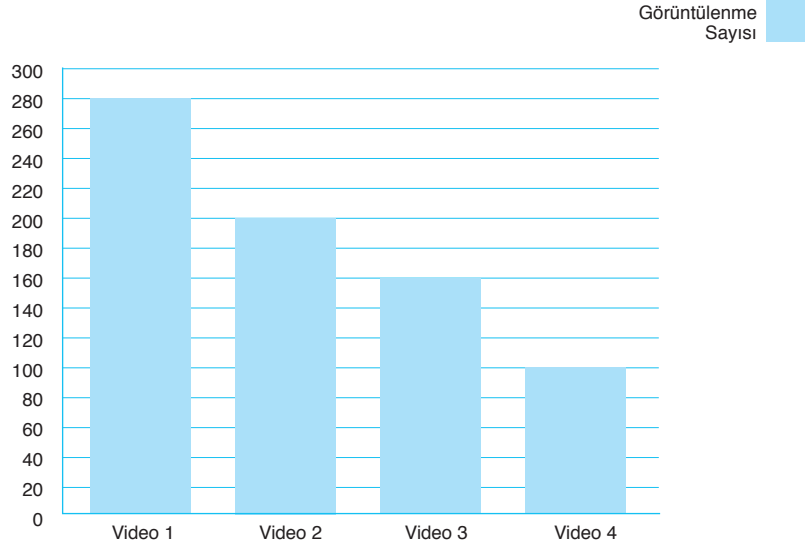


Yukarıda bir kişinin hafta içinde TV izleme süreleri verilmiştir. Buna göre en fazla sürede çarşamba günü, en az sürede ise salı ve cuma günleri TV izlemiştir.

b) Sütun Grafikleri; farklı kategorilere göre sınıflandırılabilen bir ya da birden fazla veri grubundaki değerlerin karşılaştırılması amacıyla kullanılır. Sütun grafiğinde çizgi grafiğinden farklı olarak, verilerin ayrıldığı kategoriler birbirlerine bağlı olmayabilir. Bu nedenle, kategoriler eksenine yerleştirilirken aralarında belli bir sıralama yapılmasına gerek yoktur.

Örnek

Aşağıdaki sütun grafiğinde bir video sitesinin yüklediği videoların görüntülenme sayıları sütun grafiği ile gösterilmiştir.



Çözüm

Bu videolardan en fazla izlenenin video 1, en az izlenenin ise video 4 olduğu görülmektedir.

Videoların haftalık izlenme ortalaması ise;

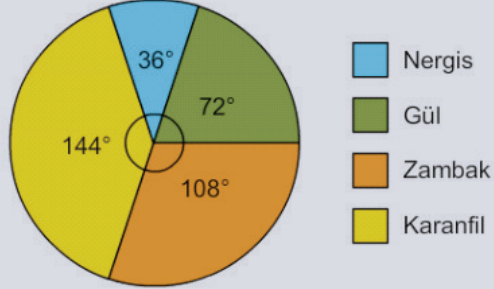
$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{(280+200+160+100)}{4} = \frac{740}{4} = 185 \text{ olur.}$$

Bu durumda video 1 ve video 2 ortalamasının üstünde, video 3 ve video 4 ortalamasının altında görüntülenme sayısına sahiptir.

c) Daire grafiklerindeki her bir daire dilimi bir kategoriye gösterir. Bu dilimlerin büyüklüğü, o kategoride bulunan veri sayısının toplam veri sayısına oranı ile bulunur.

Örnek

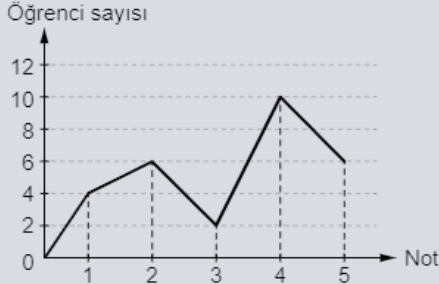
Huzurevindeki bir bayram kutlamasında bir odaya 10 tanesi gül, 15 tanesi zambak, 20 tanesi karanfil ve 5 tanesi nergis olmak üzere 50 tane çiçek gönderilmiştir. Buna göre bu verilerin daire grafiği ile gösterimi aşağıdaki şekilde olur;



Daire grafiğinde dilimlerin büyüklüklerini yüzdeler ile de gösterebiliriz. Bu durumda;

Nergis	% 10
Gül	% 20
Zambak	% 30
Karanfil	% 40 olur.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



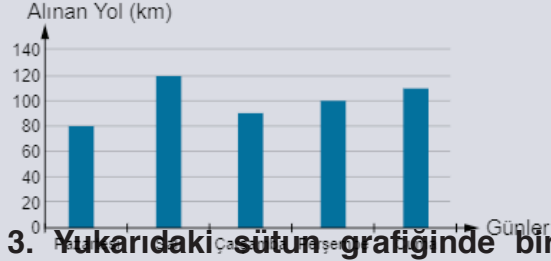
1. Yukarıdaki çizgi grafiğinde bir sınıftaki öğrencilerin tamamının matematik dersinden aldıkları notlar verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Sınıf mevcudu 15' tir.
- B) Notu 3 olan 2 kişi vardır.
- C) Notu 4' ten yukarı olan 6 kişi vardır.
- D) 4 kişinin notu 1' dir.
- E) Sınıfta notu 0 olan kişi yoktur.

Aylar	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs
Yağış (m ³)	240	300	360	200	180

2. Yukarıdaki tabloda Mersin iline ait beş aylık yağış miktarları verilmiştir. Buna göre Mersin' in beş aylık yağış ortalaması kaç m³ tür?

- A) 247 B) 259 C) 250 D) 270 E) 256

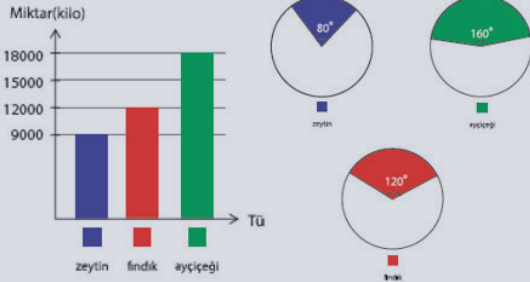


3. Yukarıdaki sütun grafiğinde bir aracın aldığı yolun günlere göre dağılımı verilmiştir. Grafiği göre hangi günler aracın aldığı yol, ortalama alınan yoldan daha azdır?

- A) Pazartesi ve Çarşamba
- B) Salı ve Cuma
- C) Salı ve Perşembe
- D) Çarşamba ve Cuma
- E) Pazartesi ve Cuma

4. Bir ekonomi gazetesi Dolar/TL kurunun Şubat ayı içerisindeki günlere göre değişimini bir grafikte gösterecektir. Bu duruma uygun grafik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Sütun Grafiği
- B) Çetele Tablosu
- C) Daire Grafiği
- D) Sıklık Tablosu
- E) Çizgi Grafiği

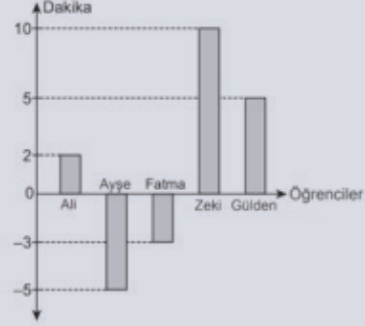


Yukarıdaki sütun grafiğinde üretilen zeytin, fındık ve ayçiçeği miktarları; daire grafiklerinde ise bu ürünlerden elde edilecek yağ miktarlarının oranları daire dilimi olarak verilmiştir.

5. Fındık, zeytin ve ayçiçeğinden elde edilen yağ miktarları aşağıdakilerden hangisinde doğru sırayla verilmiştir?

- A) 8000 - 2000 - 4000
- B) 4000 - 2000 - 8000
- C) 8000 - 4000 - 2000
- D) 4000 - 8000 - 2000
- E) 2000 - 4000 - 8000

Grafik: Öğrencilerin Saatleri ile Okuldaki Duvar Saati Arasındaki Zaman Farkı



Yukarıdaki grafikte beş öğrencinin saatlerinin gösterdiği zaman ile okuldaki duvar saatinin gösterdiği zaman arasındaki farklar verilmiştir. Bu okulda derse giriş ve çıkış saatleri duvar saatinde ayarlanmıştır.

6. Bu öğrencilerin hepsi okula kendi saatlerine göre tam vaktinde geldiklerine göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Derse en son gelen öğrenci Zeki'dir.
- B) Fatma derse zamanında gelmiştir.
- C) Derse ilk gelen öğrenci Ayşe'dir.
- D) Derse son gelen öğrenci Ali'dir.
- E) Gulden, Fatma'dan önce derse gelmiştir.

Cevap Anahtarı:

- 1) D 2) E 3) A 4) B 5) C 6) A



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a thin black border.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



KÜMELER

İyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna küme denir. Kümeyi oluşturan nesnelere her birine o kümenin elemanı denir.

Örnek

Çantamızdaki nesnelere oluşturduğu bir kümeye “çantamdaki nesnelere” adını verebiliriz.

Kümeler A, B, C gibi büyük harflerle isimlendirilebilir.



Uyarı

Bir topluluğun küme belirtmesi için, kümeyi oluşturacak nesnelere iyi tanımlanması gerekir. Yani kümeyi oluşturan elemanlar herkes tarafından aynı şekilde anlaşılmalıdır.

Örnek

“Haftanın bazı günleri” ifadesi herkes tarafından aynı şekilde anlaşılacaklarından bir küme belirtmez. Oysaki “haftanın p harfi ile başlayan günleri” ifadesi herkes tarafından aynı şekilde anlaşılacağından bir küme belirtir. Yine aynı şekilde “en iyi futbol takımları” bir küme belirtmezken, “Türkiye Süper Ligi’ndeki futbol takımları” bir küme belirtir.

Bir nesnenin bir kümeye ait olduğu, o kümenin elemanıdır anlamına gelen “ \in ” sembolü ile ifade edilir. Bir nesnenin bir kümeye ait olmadığı ise elemanı değildir anlamına gelen “ \notin ” sembolü ile ifade edilir.

Örnek

$A = \{ a, b, c \}$ kümesi verilmiş olsun. Buna göre $a \in A$, $b \in A$, $c \in A$

Yukarıda gösterilen A kümesini üç farklı şekilde gösterebiliriz.

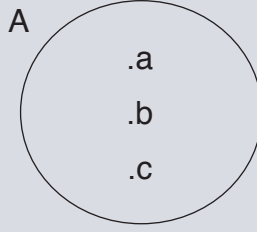
1. Liste Yöntemi: Kümenin elemanlarının, küme parantezi içerisinde sırası önemli olmamak üzere, aralarına virgül konularak yazılmasına liste yöntemi ile gösterme denir.

$$A = \{ a, b, c \}$$

2. Ortak Özellik Yöntemi: Bir kümeyi oluşturan elemanların ortak özelliğinin, küme parantezi içine yazılmasına ortak özellik yöntemi ile gösterme denir.

$$A = \{ \text{alfabemizin ilk üç harfi} \}$$

3. Venn Şeması Yöntemi: Bir kümenin elemanlarının, kapalı bir şekil içine yanlarına nokta konulup yazılarak gösterilmesine Venn şeması ile gösterme denir.



Uyarı

Kümelerin elemanları yazılırken her elemanın bir kez yazılması gerekir.

Bir kümenin eleman sayısını göstermek için $s(A)$ sembolü kullanılır.

Örnek

- $A = \{ a, b, c \}$ kümesi verilmiş olsun. A kümesinin eleman sayısı $s(A) = 3$ şeklinde gösterilir.

Elemanı olmayan kümelere ise boş küme denir. Boş küme ϵ ya da $\{ \}$ sembolü ile gösterilir.

Örnek

- “Haftanın d harfi ile başlayan günleri.” B kümesi olarak tanımlanmış olsun. Haftanın “d” harfi ile başlayan günü olmadığı için B kümesi boş kümedir. Dolayısıyla $s(B) = 0$ 'dır diyebiliriz.

B kümesi; $B = \emptyset$ şeklinde, $B = \{ \}$ ya da B  şeklinde gösterilir.

Kümelerle İşlemler

A ve B gibi iki kümenin bütün elemanlarından oluşan yeni kümeye, A kümesi ile B kümesinin birleşim kümesi denir. Kümelerde birleşim işlemi " \cup " sembolü ile gösterildiği için bu iki kümenin birleşim kümesi de $A \cup B$ şeklinde ifade edilir. Birleştirilen kümelere ortak olan elemanlar bir kere yazılır. A ve B gibi iki kümenin ortak elemanlarından oluşan kümeye, bu iki kümenin kesişim kümesi denir ve kesişim işlemi " \cap " sembolü ile gösterildiği için, bu iki kümenin kesişim kümesi de

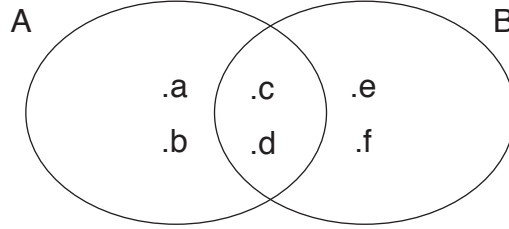
$A \cap B$ şeklinde ifade edilir.

A ve B gibi iki kümeden A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A fark B kümesi denir ve A / B veya $A - B$ şeklinde gösterilir. Aynı şekilde B kümesinde olup A kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye B fark A kümesi denir ve B / A veya $B - A$ şeklinde gösterilir.

Örnek

$A = \{ a, b, c, d \}$ ve $B = \{ c, d, e, f \}$ kümeleri verilsin. $A \cup B$ ve $A \cap B$ kümelerini Venn şeması ile gösterelim.

Çözüm



$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\} \rightarrow s(A \cup B) = 6 \quad A \cap B = \{c, d\} \rightarrow s(A \cap B) = 2$$

$$A / B = \{a, b\} \rightarrow s(A / B) = 2 \quad B / A = \{e, f\} \rightarrow s(B / A) = 2$$

Alt Küme

Bir kümenin elemanları ile yazılabilecek kümelerin her birine alt küme denir. Alt küme " \subset " sembolü ile gösterilir.

$A = \{ a, b, c, d, e \}$ ve $B = \{ c, d, e \}$ kümeleri verilsin. B kümesinin her bir elemanı A kümesinin de elemanı olduğu için B kümesi A kümesinin alt kümesidir. Bu durum $B \subset A$ şeklinde gösterilir.

Uygulama

1. $B = \{ 2, a, 1, \{ 3, 4 \}, \{ c \}, b \}$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.
2. $A \cap B = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ ve $A \cap C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ olduğuna göre $A \cap (B \cup C)$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.
3. $s(K) = 12$ ve $s(L) = 5$ olmak üzere
 - a) $K \cap L \neq \emptyset$ olduğuna göre $s(K \cup L)$ 'nin en çok ve en az kaç olduğunu bulunuz.
 - b) $L \not\subset K$ olduğuna göre $s(K \cup L)$ 'nin en çok ve en az kaç olduğunu bulunuz.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi bir küme belirtir?

- A) Sınıfımızdaki bazı öğrenciler
- B) Rize Lisesi öğretmenleri
- C) Türkiye'nin en beğenilen futbolcuları
- D) Ülkemizin en güzel şehri
- E) Yılın bazı ayları

$A = \{ 1, 5, a, d \}$, $B = \{ c, d, 3, k \}$ ve $C = \{ b, d, \Delta, k \}$ kümeleri verilsin.

2. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $A \cup B \cup C = \{ 1, 3, 5, a, b, c, d, k, \Delta \}$
- B) $s(A \cup C) = 7$
- C) $A / B = \{ 1, 5, a \}$
- D) $B \cap C = \{ c, d, k \}$
- E) $B \cap C = \{ d, k \}$

3. $K = \{ \text{MARMARA} \}$ kelimesinin harfleri kümesi veriliyor. Buna göre K kümesinin elman sayısı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $s(K) = 2$
- B) $s(K) = 3$
- C) $s(K) = 5$
- D) $s(K) = 7$
- E) $s(K) = 8$

4. Aşağıdakilerden hangisi bir küme belirtmez?

- A) İç Anadolu Bölgesi'ndeki illerin isimleri
- B) Türkiye'nin en fazla nüfusa sahip 3 ilinin adı
- C) Sınıfımızın en yakışıklı üç erkek öğrencisinin adı
- D) Alfabemizdeki sesli harfler
- E) Plaka numarası rakam olan iller

$A = \{ a, b, \{ a \}, c, \{ a, b \} \}$ kümesi veriliyor.

5. Buna göre aşağıdakilerden hangisi A kümesinin alt kümelerinden biri değildir?

- A) $\{ a \}$
- B) $\{ \{ a \}, c \}$
- C) $\{ a, b \}$
- D) $\{ \}$
- E) $\{ \{ b \} \}$

6. Aşağıdaki kümelerden hangisi boş kümedir?

- A) $K = \{ x \mid x, 1 \text{'den küçük doğal sayılar} \}$
- B) $L = \{ x \mid x, \text{karesi } 16 \text{ olan negatif tam sayılar} \}$
- C) $M = \{ x \mid x, 0 \text{ ile } 1 \text{ arasındaki rasyonel sayılar} \}$
- D) $N = \{ x \mid x, 24 \text{ ile } 28 \text{ arasındaki asal sayılar} \}$
- E) $T = \{ x \mid x, 1 \text{'in tam sayı bölenleri} \}$

$\{ x \mid x \leq 5, x \text{ bir rakam} \}$ ise

I. $\{ 2 \} \in A$

II. $\{ 1, 2 \} \subset A$

III. $s(A) = 6$ 'dır.

IV. A 'nın alt küme sayısı 32'dir.

7. Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) II ve III
- B) I ve IV
- C) II ve IV
- D) I ve III
- E) III ve IV

Cevap Anahtarı:

- 1) B 2) D 3) B 4) C 5) E 6) D 7) A



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with a dark blue header containing the word "NOTLAR" and a series of horizontal dashed lines for writing notes.



FONKSİYONLAR

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere A kümesinin her bir elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen ilişkiye A dan B ye tanımlı fonksiyon denir. Fonksiyonlar genellikle f, g, h harfleriyle gösterilir.

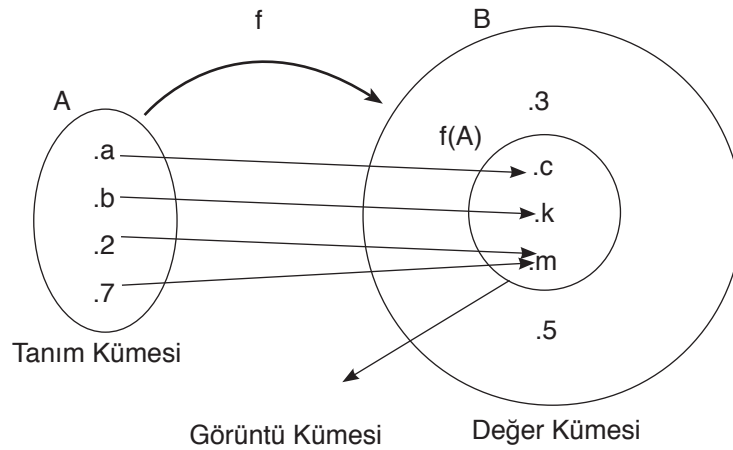
A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere f, A dan B ye tanımlı bir f fonksiyonu $f : A \rightarrow B$ şeklinde gösterilir.

Dolayısıyla f, A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon olmak üzere;

1. A kümesinin her bir elemanı, B kümesinin yalnız bir elemanı ile eşlenir.
2. A kümesinde eşlenmeyen eleman yoktur.

Bir A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu kısaca $f : A \rightarrow B$, $x \rightarrow y = f(x)$ şeklinde gösterilir. Burada A ya fonksiyonun **tanım kümesi**, B ye ise fonksiyonun **değer kümesi** denir. A'nın eşlendiği f(A) kümesine de **görüntü kümesi** denir.

Örnek



Bu durumda; $f(a) = c$, $f(b) = k$, $f(2) = m$ ve $f(7) = m$ olur.

f fonksiyonu sıralı ikililer kullanılarak;

$f = \{(a, c), (b, k), (2, m), (7, m)\}$ şeklinde gösterilir.

Örnek

$A = \{0, 1, 2\}$ ve $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümeleri arasında,

$f : A \rightarrow B$, $x \rightarrow 3x - 1$ şeklinde bir ilişki tanımlanmıştır.

$f(x) = 3x - 1$ ise $f(0) = 3 \cdot 0 - 1 = -1$

$f(1) = 3 \cdot 1 - 1 = 2$

$f(2) = 3 \cdot 2 - 1 = 5$ olur.

O halde $f = \{(0, -1), (1, 2), (2, 5)\}$ olur.

Dolayısıyla f fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A) = \{-1, 2, 5\}$ olur.

Örnek

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = 2x + 3$ olsun. Bu durumda;
 $f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$,
 $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$ olur.

Örnek

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x - 3) = 3x + 2$ olsun. Bu durumda $f(5) = ?$ şeklindeki bir soru çözülmürken;

$f(x - 3) = 3x + 2$ olduğundan $x - 3 = 5$ olacak şekilde $x = 8$ bulunur.

Ardından $3x + 2$ ifadesi bir önceki adımda bulunan $x = 8$ değeri için hesaplanarak sonuca ulaşılır.

$x = 8$ ise $3x + 2 = 3 \cdot 8 + 2 = 26$ olur. Dolayısıyla $f(5) = 26$ 'dır.

Fonksiyonlarda Dört İşlem

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere;

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$(f \div g)(x) = f(x) \div g(x) \text{ olur.}$$

Örnek

Gerçek sayılarda tanımlı iki fonksiyon, $f(x) = 2x - 1$ ve $g(x) = 3x + 1$ olduğuna göre aşağıdaki ifadelerin değerini bulalım.

Çözüm

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = (2 \cdot 1 - 1) + (3 \cdot 1 + 1) = 1 + 4 = 5$$

$$(f - g)(3) = f(3) - g(3) = (2 \cdot 3 - 1) - (3 \cdot 3 + 1) = 5 - 10 = -5$$

$$(f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2) = (2 \cdot 2 - 1) \cdot (3 \cdot 2 + 1) = 3 \cdot 7 = 21$$

$$(f \div g)(3) = f(3) \div g(3) = (2 \cdot 3 - 1) \div (3 \cdot 3 + 1) = 5 \div 10 = 0,5$$



Uygulama

1. Aşağıda verilenlerin fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

a) $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 2x - 5$

b) $f: Z \rightarrow N, f(x) = \frac{3x + 1}{x + 2}$

c) $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 4x - 9$

ç) $f: R \rightarrow R, f(x) = \sqrt{2 - 3x}$

d) $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{-2x + 1}{x + 3}$

2. $f: R \rightarrow R$

$f(x) = x^2 - 3x + m - 1$ olmak üzere $f(2) = 5$ ise $f(-2)$ değerini bulunuz.

3. $f: R - \{0\} \rightarrow R, f\left(\frac{3}{x}\right) - 3 \cdot f\left(\frac{3}{x}\right) = 9x$ olduğuna göre $f(4)$ değerini bulunuz.



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(a) = 3a - 2$ olsun.

1. Buna göre $f(-2)$ ifadesi aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) -5 C) -8
D) 9 E) 3

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x+1) = 2x - 3$ olsun.

2. Buna göre $f(3) = ?$

- A) -7 B) 5 C) -2
D) 4 E) 1

3. Gerçek sayılarda tanımlı iki fonksiyon,
 $f(x) = x+1$ ve $g(x) = 2x - 3$

Olduğuna göre, $f(3) \cdot g(3) = ?$

- A) 12 B) 15 C) 21
D) 24 E) 10

4. Gerçek sayılarda tanımlı iki
fonksiyon,

$f(x) = x-3$ ve $g(x) = 3x+2$

olduğuna göre, $f(5) + g(1) = ?$

- A) 12 B) 9 C) 11
D) 7 E) 5

5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x-6) = 4x - 12$

olduğuna göre $f(-1)$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinde f sabit
fonksiyonu tanımlanıyor.

6. $f(a) = b$ olduğuna göre $a - b$ en
çok kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |3x-1| + |5-x| + |x-2|$

olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

8. $f(x+1) = f(x) + 2x + 3$ veriliyor.
 $f(0) = -1$ ise

$f(13)$ değerini bulunuz?

- A) 197 B) 196 C) 195 D) 194 E) 193

Cevap Anahtarı:

- 1) C 2) E 3) A 4) D 5) C 6) D 7) D
8) D



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



İŞLEM - MODÜLER ARİTMETİK

1. İşlem

A boş olmayan bir küme ve $A \subset B$ olmak üzere, $A \times A$ kümesinden B kümesine tanımlı her fonksiyona, A kümesinde bir ikili işlem veya işlem denir.

İşlem $+$, $-$, \times , $:$, \circ , Δ , ... gibi sembollerle gösterilir.

Örnek

Tam sayılar kümesi üzerinde $a \Delta b = 3a + b^2$ işlemi tanımlanmıştır. Buna göre $5 \Delta 3$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$a \Delta b = 3a + b^2$ olduğuna göre;
 $5 \Delta 3 = 3 \cdot 5 + 3^2 = 15 + 9 = 24$ olur.

Örnek

Tam sayılar kümesi üzerinde $x \Delta y = x^y + x \cdot y$ işlemi tanımlanmıştır. Buna göre $3 \Delta 2$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$x \Delta y = x^y + x \cdot y$ olduğuna göre;
 $3 \Delta 2 = 3^2 + 3 \cdot 2 = 9 + 6 = 15$ olur.

Örnek

Tam sayılar kümesi üzerinde $a X b = a + 2b$ işlemi tanımlanmıştır. $3 X 5 = n X 4$ olduğuna göre "n" kaçtır?

Çözüm

$a X b = a + 2b$ olduğuna göre;
 $3 X 5 = 3 + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$ olur.
Buna göre $n X 4 = 13$ tür.
 $n X 4 = n + 2 \cdot 4 = n + 8 = 13$ olduğuna göre $n = 5$ olur.



2. Modüler Aritmetik

Bir A sayısının B sayısına bölümünden kalan K olsun.

Bu durumda $A \equiv K \pmod{B}$, yani A sayısı mod B ye göre K' ye denktir.

Örnek

$38 \equiv a \pmod{6}$ olduğuna göre a kaçtır?

Çözüm

38 sayısı 6'ya bölündüğünde kalan 2 olduğu için 38 sayısı mod 6'ya göre 2'ye denktir. Dolayısıyla $a = 2$ 'dir.

Örnek

Bir polis 3 günde bir nöbet tutmaktadır. İlk nöbetini perşembe günü tutan polis 10. nöbetini hangi gün tutar?

Çözüm

1.nöbetten 10. nöbete varana kadar $9 \cdot 3 = 27$ gün süre geçer.

Bir hafta 7 gündür.

$$27 \equiv 6 \pmod{7}$$

İlk nöbet olan perşembe gününden sonraki 6. gün ise çarşamba günü olur.

Örnek

Bugün günlerden pazartesi olduğuna göre bugünden sonraki 100. gün hangi gündür?

Çözüm

$$100 \equiv 2 \pmod{7}$$

Pazartesi gününden sonraki 2. gün çarşamba günü olur.



Uygulama

1. Tam sayılar kümesi üzerinde $x \diamond y = 2x + 3y - 8$ olarak tanımlanıyor. Buna göre $3 \diamond 5$ işleminin sonucu kaçtır?
2. Tam sayılar kümesi üzerinde $a \star b = 2a + b - 2$ işlemi tanımlanmıştır. $3 \star 5 = 4 \star x$ olduğuna göre x kaçtır?
3. Ocak ayının 1. günü salı olduğuna göre son günü hangi gün olur?
4. Bir doktor 4 günde bir nöbet tutmaktadır. Bu doktor ilk nöbetini pazar günü tuttuğuna göre 5. nöbetini hangi gün tutar?



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.



SAYMA-PERMÜTASYON-KOMBİNASYON-OLASILIK

1. Temel Sayma İlkeleri

Temel sayma işlemleri toplama yoluyla ya da çarpma yoluyla yapılabilir. Sorunun kökünde verilen seçenekler “veya” bağlacı için toplanır, “ve” bağlacı için ise çarpılır.

Örnek

Kaan'ın 3 farklı kazağı ve 2 farklı pantolonu vardır. Kaan'ın 1 kazak veya 1 pantolonu kaç farklı şekilde giyebilir?

Çözüm

Kaan'ın 1 pantolon veya 1 kazak giymesi ile ilgili bu soruda Kaan'ın pantolon mu kazak mı giydiğinin bir önemi yoktur. Önemli olan bunlardan 1 tanesini kaç farklı şekilde giydiği.

Bu durumda “veya” bağlacından dolayı cevap $3 + 2 = 5$ 'tir.

Örnek

Kaan'ın 3 farklı kazağı ve 2 farklı pantolonu vardır. Kaan 1 kazak ve 1 pantolonu kaç farklı şekilde giyebilir?

Çözüm

Kaan'ın 1 pantolon veya 1 kazak giymesi ile ilgili bu soruda Kaan'ın pantolonlardan birini ve kazaklardan birini seçip giyecektir. Yani iki farklı giysiyi aynı anda giymesi söz konusudur.

Bu durumda “ve” bağlacından dolayı cevap $3 \cdot 2 = 6$ 'dır.

2. Permütasyon!

Permütasyon nesnelerin farklı şekillerde sıralanmasıdır. Hatırlayalım! Faktöriyel $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$

Örnek

3 farklı matematik kitabı kaç farklı şekilde sıralanabilir?

Çözüm

Matematik kitaplarını m_1 , m_2 , m_3 olarak kodlayalım. O hâlde bu matematik kitapları;

$m_1m_2m_3$ $m_1m_3m_2$ $m_2m_1m_3$ $m_2m_3m_1$ $m_3m_1m_2$ $m_3m_2m_1$

olmak üzere 6 farklı şekilde sıralanabilir.

Yani 3 farklı kitap olduğu için cevap; $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ olur.

Örnek

3 farklı matematik ve 4 farklı Türkçe kitabı, aynı dersin kitapları bir arada olmak şartıyla kaç farklı şekilde sıralanabilir?

Çözüm

$M M M T T T T$ veya $T T T T M M M$ olmak üzere;

$$3! \cdot 4! + 4! \cdot 3! = 6 \cdot 24 + 24 \cdot 6 = 144 + 144 = 288$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

3. Kombinasyon

Kombinasyon bir seçme işlemidir. “n” tane nesne içinden “a” tane seçmek için kombinasyon hesaplanır.

Kombinasyon hesaplaması $C(n,a) = \frac{(n!)}{((n-a)! \cdot a!)}$ şeklinde yapılır.

Örnek

5 farklı matematik sorusu içinden 2 tanesi kaç farklı şekilde seçilebilir?

Çözüm

$$C(5,2) = \frac{5!}{((5-2)! \cdot 2!)} = \frac{120}{(6 \cdot 2)} = 10 \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

4. Olasılık

Verilen bir durumun gerçekleşme ihtimalini ifade eden ve parça-bütün ilişkisi ile oluşturulan oran, matematikte olasılık olarak adlandırılır.

Olasılık bir olayın olma şansını sayılarla ifade etmemizi sağlayan bir ölçümedir ve aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\text{Olasılık} = \frac{(\text{İstenen durum sayısı})}{(\text{Tüm olası durum sayısı})}$$

Örnek

3 kırmızı ve 5 mavi topun içinden çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Olasılık = (Kırmızı topların sayısı)/(Tüm topların sayısı) = $3/(3+5) = 3/8$ şeklinde bulunur.

Her koşulda gerçekleşecek olaylara kesin olay denir ve kesin olayların olma olasılıkları 1'dir. Gerçekleşmesi mümkün olmayan olasılıklara ise imkânsız olay denir ve imkânsız olayların olma olasılıkları 0'dır.

Uyarı: Bir olayın olma olasılığının alacağı en büyük değer 1, en küçük de 0 olacağından olasılık değeri daima 0 ile 1 arasında bir değer alır.



Uyarı

Bir olayın olma olasılığının alacağı en büyük değer 1, en küçük de 0 olacağından olasılık değeri daima 0 ile 1 arasında bir değer alır.

Örnek

5 mavi ve 3 kırmızı topun bulunduğu bir torbadan seçilen bir topun sarı olma olasılığı 0 (imkânsız olay)'dır.

Örnek

Bir madeni para atıldığında üste gelen yüzün yazı olma olasılığı kaçtır?

Madeni para atıldığında üst yüze yazı ya da tura gelir.

Dolayısıyla üst yüze yazı gelme olasılığı $1/2$ olur.

Örnek

İki zar aynı anda atılıyor. Üst yüze gelen sayıların toplamının 8 olma ihtimali kaçtır?

Çözüm

Bir zar atıldığında 6 durum söz konusudur.

İki zar atıldığında ise $6 \cdot 6 = 36$ durum söz konusudur.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 8 olması durumu ise (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) yani 5 tanedir.

Dolayısıyla olasılık değeri $\frac{5}{36}$ olur.



KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1. Rize' den Ankara' ya 4 farklı yol, Ankara' dan İstanbul' a ise 3 farklı yol vardır. Rize' den İstanbul' a gitmek isteyen bir kişi Ankara' ya da uğramak şartıyla kaç farklı yoldan gidebilir?

- A) 7 B) 12 C) 15
D) 5 E) 10

2. 2 kız ve 3 erkek öğrenci, aynı cinsten öğrenciler bir arada olmak koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 15 B) 5 C) 12
D) 6 E) 24

3. 5 kişinin başvurduğu bir iş başvurusunda işe alınacak iki kişi kaç değişik şekilde seçilebilir?

- A) 10 B) 12 C) 15
D) 20 E) 24

4. İki madeni para aynı anda havaya atılıyor. Paraların ikisinin de üst yüzüne yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{9}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

5. Bir öğrenci bir sınavda yer alan 10 sorudan 8 tanesini çözmek zorundadır. İlk 4 sorudan sadece 3 tanesini cevaplamak şartıyla kaç farklı şekilde soruları cevaplayabilir?

- A)6 B)10 C)24 D)60 E)120

6. Bir izci kampında aralarında Muhittin, Ali ve İlker'in de bulunduğu 7 kişilik bir gruptan 4 kişilik temizlik ekibi oluşturulacaktır. Bu gruptan Muhittin ve Ali'in bulunup İlker'in bulunmadığı kaç farklı temizlik ekibi oluşturulabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. Düzlemde bulunan 8 noktadan 4 tanesi doğrusaldır. Buna göre köşeleri bu noktalar olan en fazla kaç tane üçgen çizilebilir?

- A)56 B)54 C)52 D)48 E)46

Cevap Anahtarı

- 1) B 2) E 3) A 4) C 5) C 6) C 7) C



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal lines for writing notes, framed by a dark blue border. The lines are evenly spaced and cover most of the page's width and height.



NOTLAR

A large rectangular area with horizontal dashed lines for taking notes.

