ORTAÖĞRETİM
VE ÖN LİSANS

ÖZEL EĞİTİM VE REHBERLİK HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

EKPSS MEBÖZEL

GEOMETRİ

DOĞRUDA AÇILAR

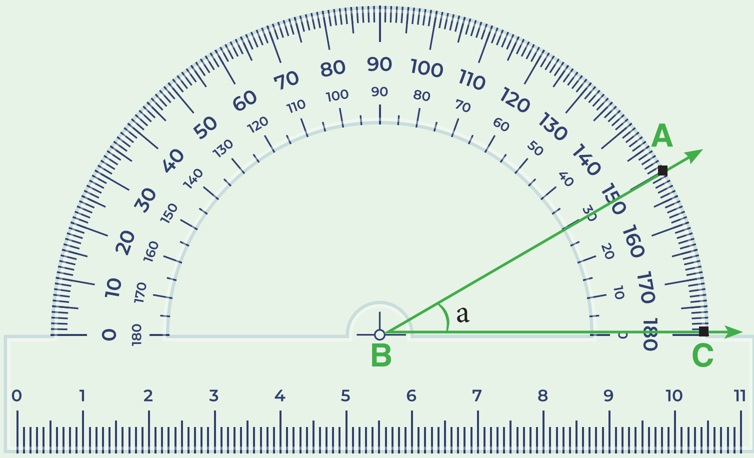
Geometri öğretiminde ve öğrenimindeki aksaklıkları ve bazı kelimelerden kaynaklı anlam zorluklarını gören Atatürk, 1936-1937 kış aylarında yol gösterici olarak 44 sayfalık bir geometri kitabı yazmıştır. Kitap 1937 yılında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yazar adı konmadan yayımlanmış, 1971 yılında da ikinci baskısı Türk Dil Kurumu tarafından çıkarılmıştır. Kitapta geçen ve günümüzde de kullanılan pek çok terim, Atatürk tarafından türetilmiştir.

Açı: Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** denir.

AÇI ÇEŞİTLERİ

1) Dar Açı

Ölçüsü 0 derece ile 90 derece arasında olan açıya denir. Şekilde $0^0 < a < 90^0$ olur.



$m(\widehat{ABC}) < 90^0 \Rightarrow$ ABC açısı dar açıdır.

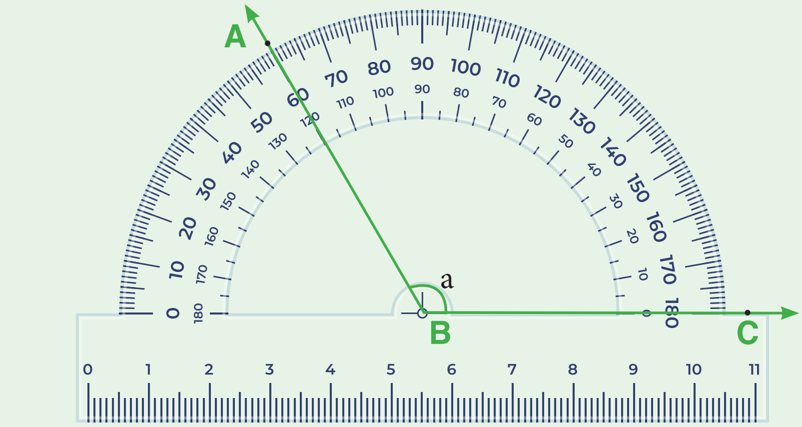
2) Dik Açı

Ölçüsü 90 derece olan açıya denir.

$m(\widehat{ABC}) = 90^0 \Rightarrow$ ABC açısı dik açıdır.

3) Geniş Açı

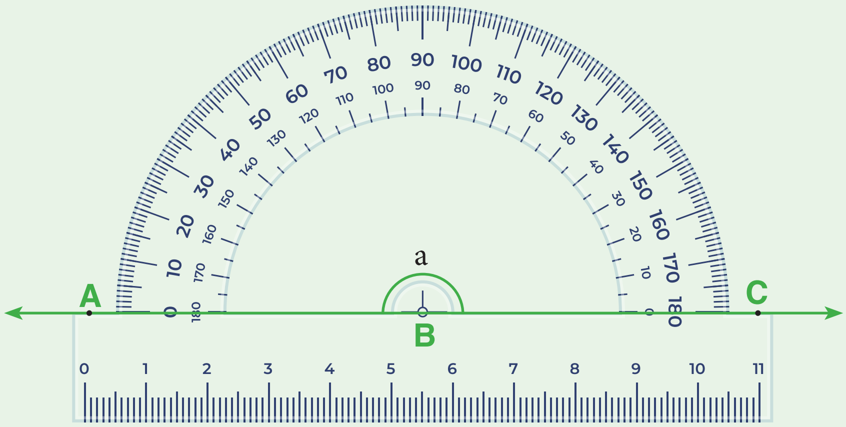
Ölçüsü 90 derece ile 180 derece arasındaki açıya denir.



$90^{o} < m(\widehat{ABC}) < 180^{o} \Rightarrow$ ABC açısı geniş açıdır.

4) Doğru Açı

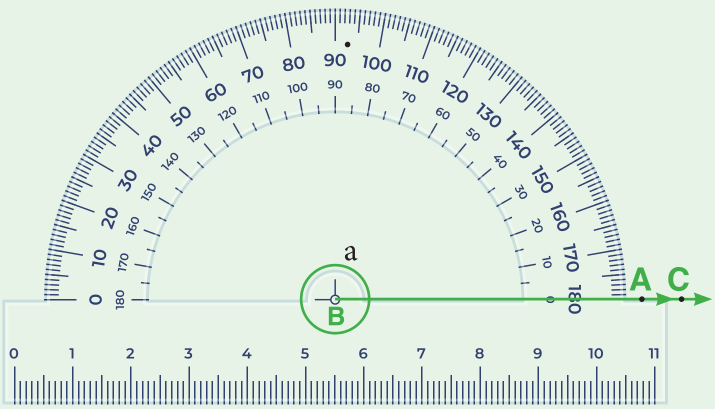
Ölçüsü 180 derece olan açıya denir.



$m(\widehat{ABC}) = 180^{o} \Rightarrow$ ABC açısı doğru açıdır.

5) Tam Açı

Ölçüsü 360 derece olan açıya denir.



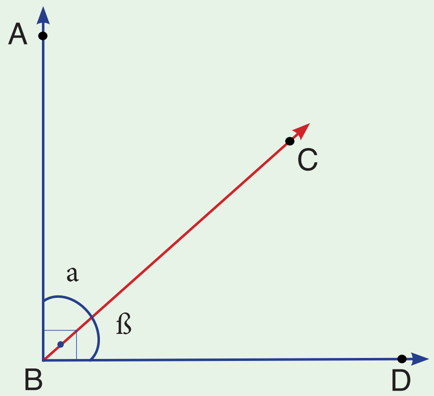
$m(\widehat{ABC}) = 360^{o} \Rightarrow$ ABC açısı tam açıdır.

Genel olarak açı çeşitleri aşağıdaki gibi listelenebilir.

Dar açı	: $m(\widehat{ABC}) < 90^o$
Geniş açı	: $90^o < m(\widehat{ABC}) < 180^o$
Dik açı	: $m(\widehat{ABC}) = 90^o$
Doğru açı	: $m(\widehat{ABC}) = 180^o$
Tam açı	: $m(\widehat{ABC}) = 360^o$

6) Tümler Açı

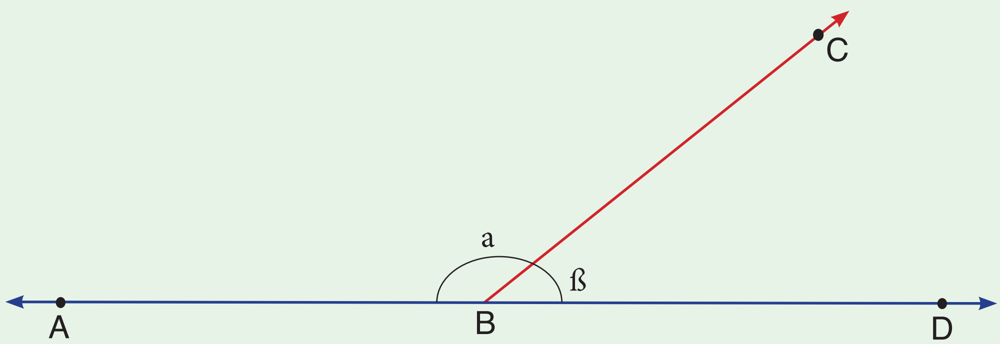
Ölçüleri toplamı 90 derece olan iki açı birbirinin tümleyenidir. Bir kenarı ortak ve diğer kenarları ortak kenarın farklı tarafında bulunan, ölçülerinin toplamı 90 derece olan açılara komşu tümler açılar denir.



a+ ß = 90° ⇒ ABC ve CBD açıları tümler açılardır.

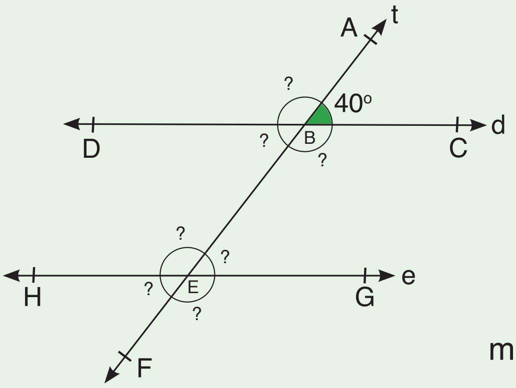
7) Bütünler Açı

Ölçüleri toplamı 180 derece olan iki açı birbirinin bütünleyenidir. Bir kenarı ortak ve diğer kenarları ortak kenarın farklı tarafında bulunan, ölçülerinin toplamı 180 derece olan açılara komşu bütünler açılar denir.



a+ ß = 180° ⇒ ABC ve CBD açıları bütünler açılardır.

Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açıları Belirleme



Bütünler Açı : $\widehat{ABC}$ - $\widehat{ABD}$

Ters Açılar : $\widehat{ABC}$ - $\widehat{DBE}$
$\widehat{ABD}$ - $\widehat{EBC}$

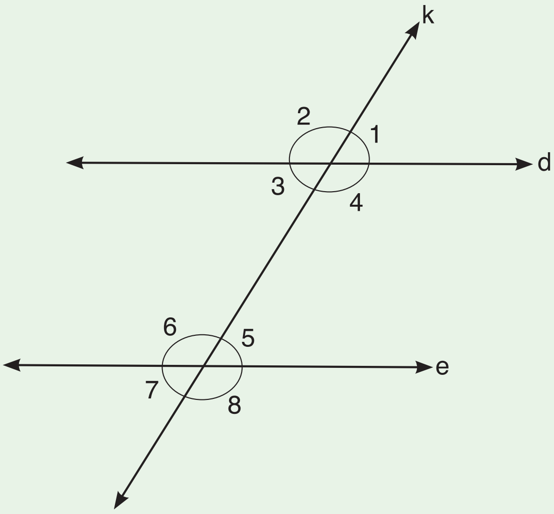
Yöndeş Açılar : $\widehat{ABC}$ - $\widehat{BEG}$
$\widehat{DBE}$ - $\widehat{HEF}$
$\widehat{ABD}$ - $\widehat{BEH}$
$\widehat{CBE}$ - $\widehat{GEF}$

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BEG}) = m(\widehat{HEF}) = m(\widehat{DBE}) = 40^\circ$$

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{BEH}) = m(\widehat{GEF}) = 140^\circ$$

d ve e doğrularının kesini olan doğru t'dir. Böylelikle köşeleri B ve E olan 8 açı oluştuğunu görebiliriz. 40° olarak verilen açıyı kullanarak diğer tüm açıları aşağıdaki gibi bulmuş oluruz.

Yöndeş, Dış Ters ve İç Ters Açılar



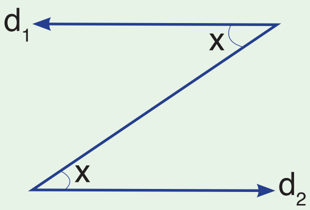
YÖNDEŞ AÇILAR
1 ve 5
2 ve 6
3 ve 7
4 ve 8

İÇ-TERS AÇILAR
3 ve 5
4 ve 6

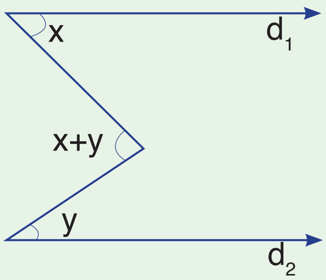
TERS AÇILAR
1 ve 3
2 ve 4
5 ve 7
6 ve 8

DIŞ-TERS AÇILAR
3 ve 5
4 ve 6

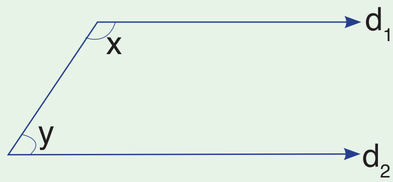
Özellikler



$d_1 // d_2$

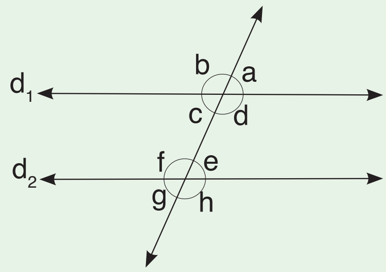


$d_1 // d_2$



$d_1 // d_2$ ise $x+y = 180^\circ$

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



1. Yukarıdaki şekilde d_1 // d_2 olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

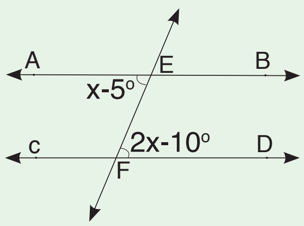
A) b ile d yöndeş açılardır.

B) e ile h ters açılardır.

C) d ile h ters açılardır.

D) g ile a dış ters açılardır.

E) f ile c tümler açıdır.



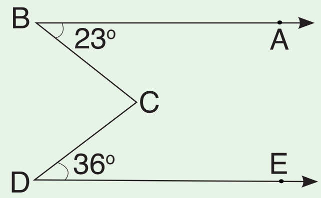
AB//CD

$m(\widehat{AFE}) = x-5$

$m(\widehat{EFD}) = 2x-10$

2. Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 5 **B)** 35 **C)** 65 **D)** 95 **E)** 105



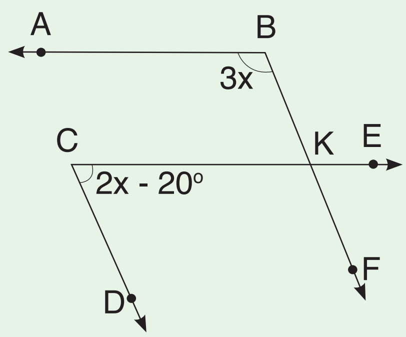
AB//DE

$m(\widehat{ABC}) = 23$

$m(\widehat{CDE}) = 36$

3. Yukarıdaki verilere göre $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

A) 87 **B)** 26 **C)**35 **D)** 44 **E)** 59



[BA // [CE ve [BF// [CD

4. Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 40 **B)** 50 **C)** 60 **D)** 70 **E)** 80

Cevap Anahtarı

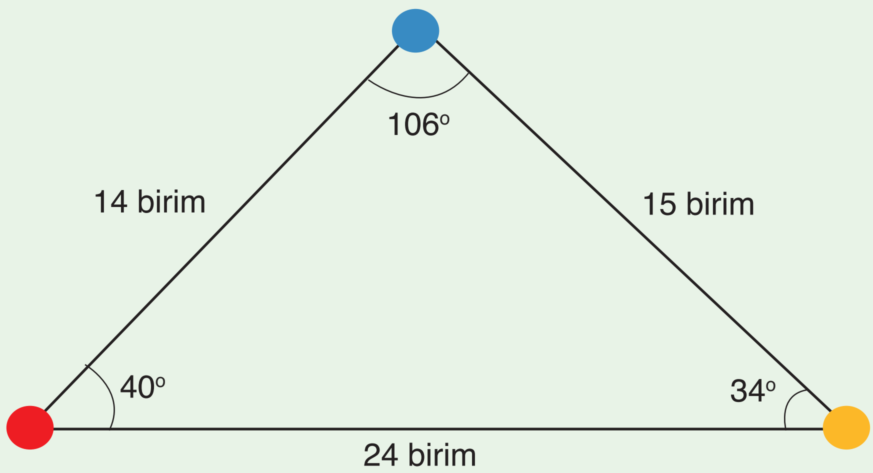
1)D **2)**A **3)**E **4)**A

NOTLAR

ÜÇGENLER

Üçgenin temel elemanları köşeleri, kenarları ve iç açılarıdır.

Doğrusal olmayan üç noktanın doğru parçaları ile birleştirilmesi sonucunda oluşan çokgene "üçgen" denir.

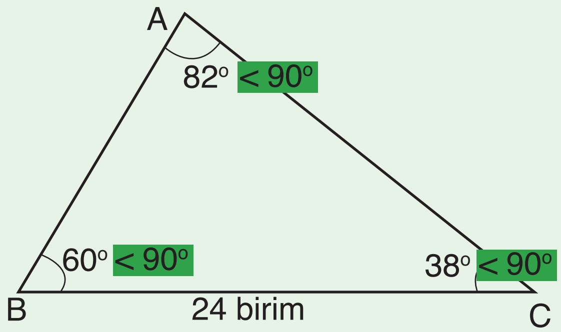


Üçgenler kenarlarına ve açılarına göre çeşitlilik gösterirler ve isimlendirilirler.

AÇILARINA GÖRE ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ

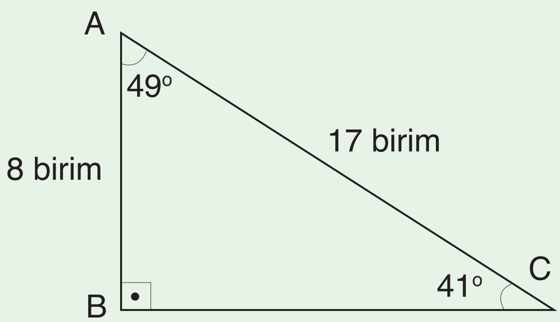
1) Dar Açılı Üçgen

İç açılarının ölçüleri 90 dereceden küçük olan üçgene denir.



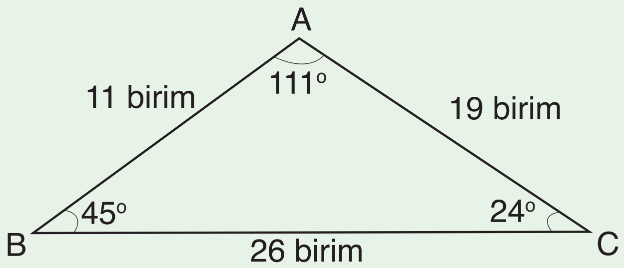
2) Dik Açılı Üçgen

Bir açısı 90 derece olan üçgene denir.



3) Geniş Açılı Üçgen

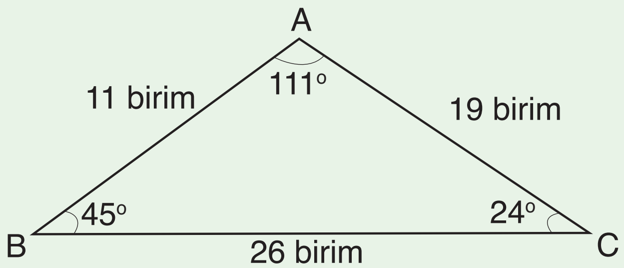
Bir iç açısı 90 dereceden büyük olan üçgene denir.



KENARLARINA GÖRE ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ

1) Çeşitkenar Üçgen

Tüm kenar uzunlukları birbirinden farklı olan üçgene denir.

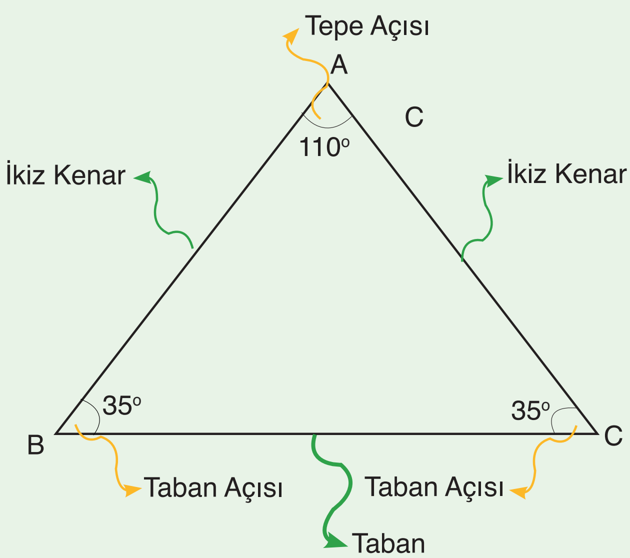


Uyarı

Çeşitkenar üçgenler dar açılı, dik açılı ya da geniş açılı olabilirler.

2) İkizkenar Üçgen

İki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene denir.

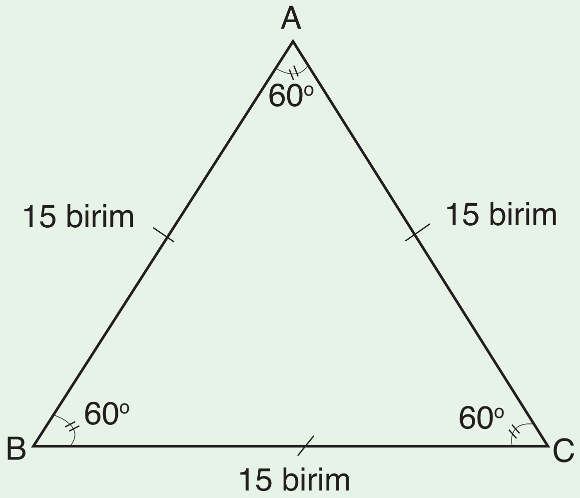


Uyarı

İkizkenar üçgenler dar açılı, dik açılı ya da geniş açılı olabilirler.

3) Eşkenar Üçgen

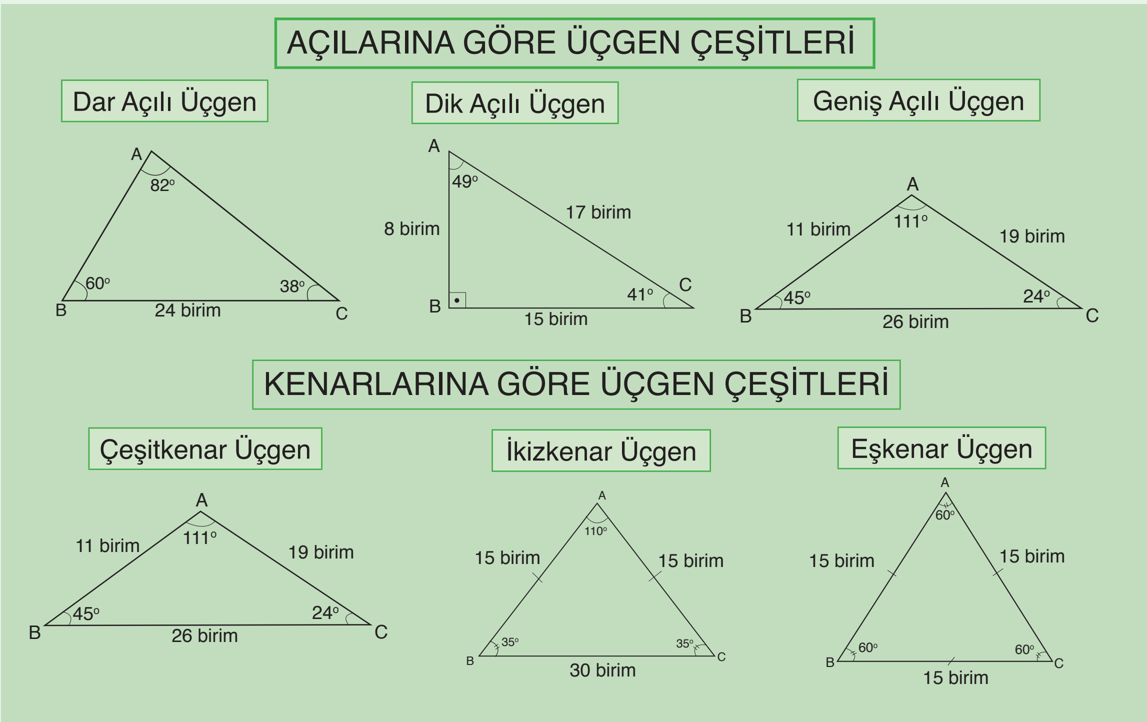
Bütün kenar uzunlukları eşit olan üçgene denir.



Uyarı

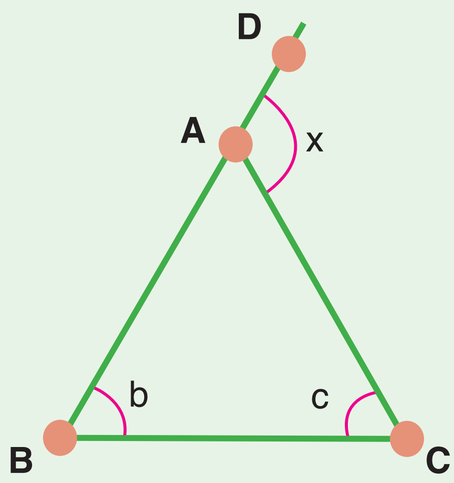
Eşkenar üçgenler dar açılı olmak zorundadır.

Üçgenlerin kenar ve açılarına göre çeşitleri genel olarak aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

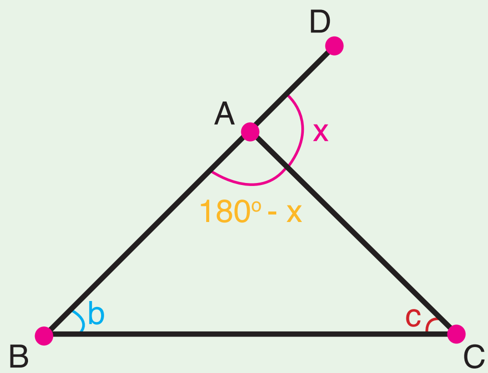


Bir Dış Açı ile Diğer İki Köşeye Ait İç Açıların Ölçüleri Arasındaki İlişki

Bir üçgende bir dışı açı diğer iki köşeye ait iç açıların ölçüleri toplamına eşittir.



Bir dış açıyla diğer iki köşedeki iç açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi gözlemleyelim.



Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri 180° dir.

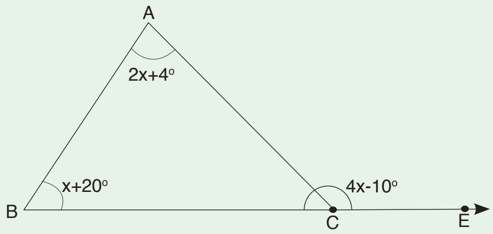
Bu durumda $b+c+180^\circ - x = 180^\circ$ dir.

Böylece, $x = b+c$ olur.

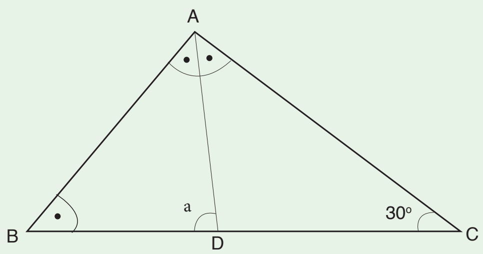
Bu nedenle, bir üçgenin dış açısının ölçüsü, diğer iki köşesindeki iç açılarının ölçülerinin toplamına eşittir.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

1) Aşağıdaki şekilde verilenlere göre x değerini kaçtır?



A) 24 **B)** 34 **C)** 44 **D)** 54 **E)** 64

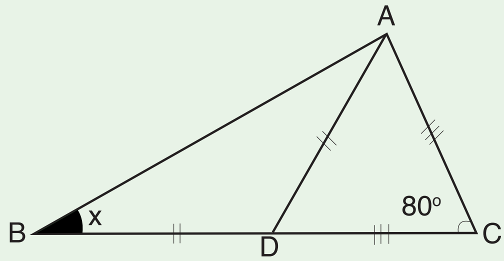


$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CAD})$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

2) Yukarıdaki verilere göre $m(\widehat{ADB})$ kaç derecedir?

A) 60 **B)** 70 **C)** 80 **D)** 90 **E)** 100

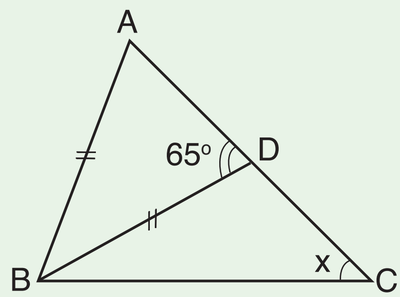


Şekildeki ABC üçgeninde IACI = ICDI ,

IADI = IBDI ve $m(\widehat{ACB}) = 80°$dir.

3) Verilen bilgilere göre $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 35 **B)** 32 **C)** 29 **D)** 27 **E)** 25



4) ABC üçgeninde ICAI=ICBI, IBAI= IBDI ve $m(\widehat{BDA})$ = 65o olduğuna göre;

$m(\widehat{ACB})$ = x kaç derecedir?

A) 30 **B)** 35 **C)** 40 **D)** 45 **E)** 50

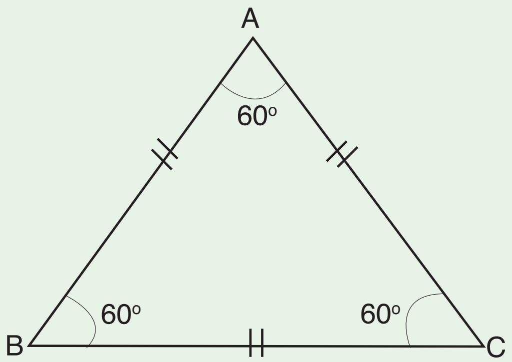
Cevap Anahtarı

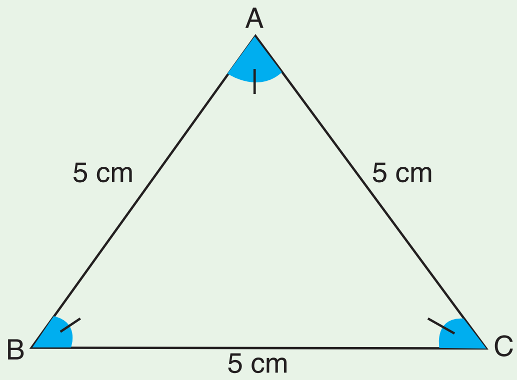
1)B **2)**C **3)**E **4)**E

NOTLAR

ÜÇGENDE AÇI KENAR BAĞINTILARI

Bir Üçgenin İç Açı Ölçüleri ile Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişkiyi Keşfetme

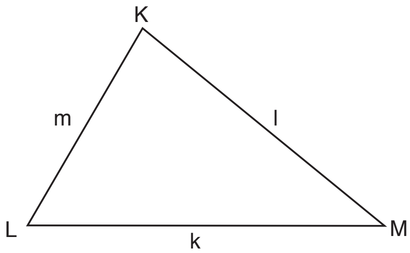




Şekilerde görüldüğü gibi bir üçgenin her bir iç açısının ölçüsü eşitse ya da bir üçgenin tüm kenar uzunlukları eşitse bu üçgen eşkenar üçgendir.

Eğer iç açıları birbirinden farklı yani çeşitkenar bir üçgen üzerinde bu sıralamayı yapmak istersek açıların ölçülerinin büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralanışını ya da kenarların uzunluklarının büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralanışını yapmamız gerekir.

ÖRNEK



$m(\widehat{K}) = 70^\circ$

$m(\widehat{L}) = 60^\circ$

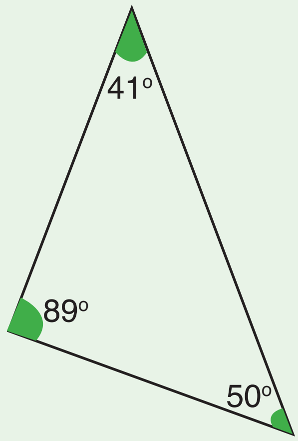
$m(\widehat{M}) = 50^\circ$

Yukarıdaki verilere göre k,l ve m kenarlarını uzunluklarına göre sıralayınız.

Çözüm:Açıların büyüklüğüne göre karşılarındaki kenarların uzunlukları değişir. Büyük açı karşısında uzun kenar, daha küçük açı karşısında daha kısa kenar uzunluğu bulunur.

Bu nedenle en büyük açı $m(\widehat{K})$ açısı, $m(\widehat{K})$ açısının karşısındaki kenarda da k kenarı olduğuna göre en uzun kenar k kenarıdır.

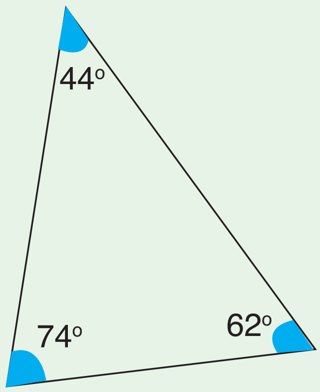
O halde sıralama k>l>m şeklinde olmalıdır.



Kenarlar	Uzunluklar
a	17,84
b	20,51
c	26,97

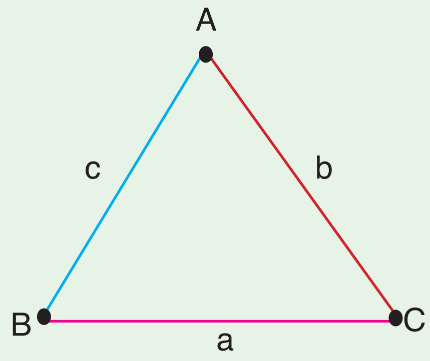
Yukarıdaki verilere göre en büyük açı 89 derecedir. O hâlde en uzun kenar olan c kenarı 89 derecenin karşısına gelmelidir. Sonraki en büyük açı 50 derecedir. İkinci en uzun kenar olan b kenarı da 50 derecenin karşısına gelmelidir. Geriye kalan en küçük açı olan 41 derecenin karşısına da a kenarı gelmelidir.

Üçgenin bir açısı, ikinci açısından daha büyük bir ölçüye sahipse ilk açının karşısındaki kenar, ikinci açının karşısındaki kenardan daha uzundur.



Açılar	Ölçüler
a	26,64
b	24,27
c	19,35

Yukarıdaki verilere göre en büyük açı 74 derecedir. O halde en uzun kenar olan a kenarı 74 derecenin karşısına gelmelidir. Sonraki en büyük açı 62 derecedir. İkinci en uzun kenar olan b kenarı da 62 derecenin karşısına gelmelidir. Geriye kalan en küçük açı olan 44 derecenin karşısına da c kenarı gelmelidir.



Üçgen Eşitsizliği

Bir üçgende her bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçüktür.

$a < b+c$
$b < a+c$
$c < a+b$

Üçgen Eşitsizliğinin Tersi

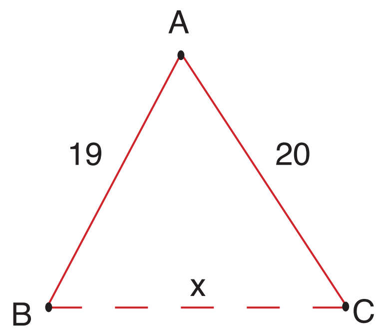
Bir üçgendeki her bir kenar uzunluğu, diğer iki kenar uzunlukları farkının mutlak değerinden büyüktür.

$a > |b-c|$
$b > |a-c|$
$c > |a-b|$

Üçgenin Kenar Uzunluklarına ait Aralıklar

$|b-c| < a < b+c$
$|a-c| < b < a+c$
$|a-b| < c < a+b$

ÖRNEK



ABC üçgeninde x uzunluğunun alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerini bulunuz.

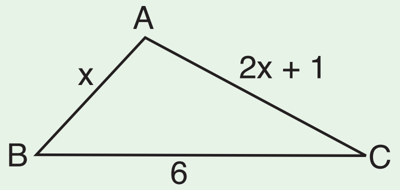
x uzunluğunun üst ve alt sınırını bulmak için üçgenin diğer iki kenarından faydalanacağız. Üçgen eşitsizliğinden yola çıkarak;

$|20-19| < x < 20+19$ Böylelikle;

$1 < x < 39$ aralığı bulunmuş olunur. Bu sorudan bazı çıkarımlar yapabiliriz.

- x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 38'dir.
- x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri 2'dir.

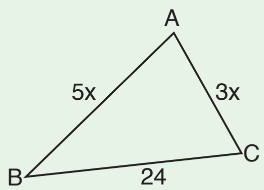
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Şekildeki ABC üçgeninde IABI = x birim, IACI = 2x + 1 birim ve IBCI = 6 birimdir.

1. Verilen üçgenin kenar uzunlukları farklı tam sayılar olmak üzere, üçgenin çevresi en çok kaç birim olabilir?

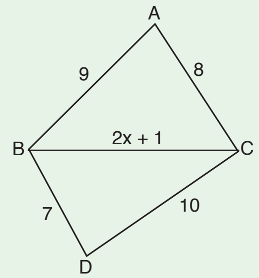
A) [48,102] **B)** [56,112] **C)** [57,112]
D) [49,113] **E)** [58,121]



ABC bir üçgen
IACI = 3x cm
IABI = 5x cm
IBCI = 24 cm

2. Yukarıdaki şekilde x bir tam sayı olduğuna göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğunun alabileceği değerlerin aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

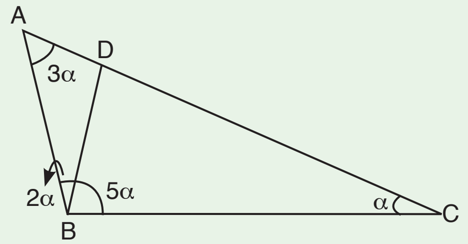
A) [48,102] **B)** [56,112] **C)** [57,112]
D) [49,113] **E)** [58,121]



Şekilde IABI = 9 br. IACI = 8 br. IBDI = 7 br. IDCI = 10 br. ve IBCI = (2x + 1) br veriliyor.

3. Yukarıdaki verilere göre, x yerine yazılabilecek tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 22 **B)** 24 **C)** 25
D) 27 **E)** 30



Şekilde $m(\widehat{BAC}) = 3\alpha$, $m(\widehat{ABD}) = 2\alpha$, $m(\widehat{DBC}) = 5\alpha$, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

4. Yukarıdaki verilere göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır?</u>

A) IABI < IDCI

B) IABI < IBCI

C) IDCI = IBCI

D) IBDI < IDCI

E) IADI < IDBI

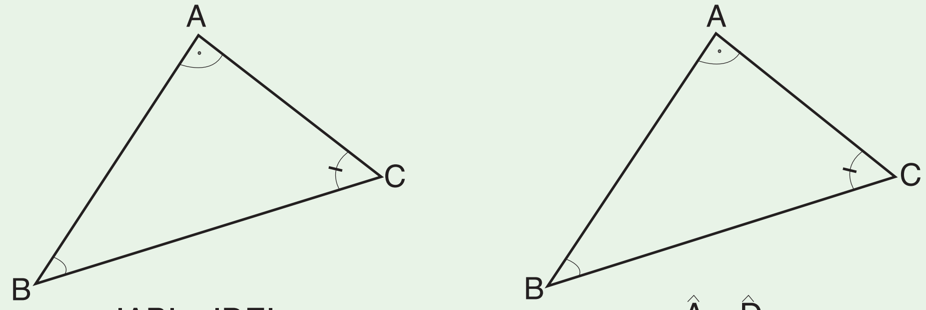
Cevap Anahtarı

1)B **2)**B **3)**D **4)**A

NOTLAR

NOTLAR

ÜÇGENLERDE EŞLİK



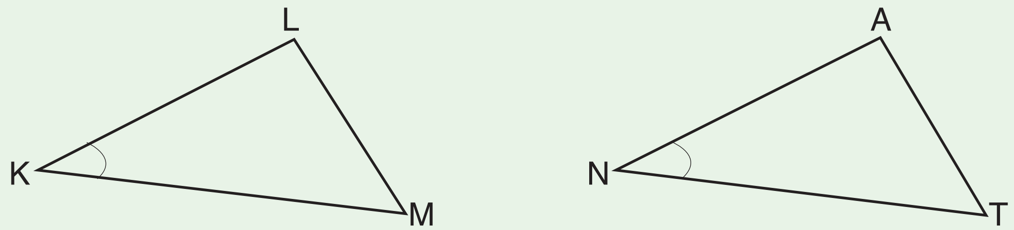
$|AB| = |DE|$
$|AC| = |DF|$
$|BC| = |EF|$

$\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$

$\hat{A} = \hat{D}$
$\hat{B} = \hat{E}$
$\hat{C} = \hat{F}$

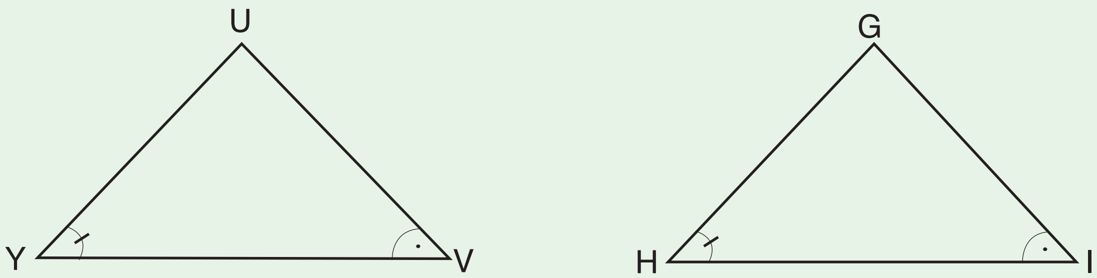
Karşılıklı kenarları ve karşılıklı açıları eşit olan üçgenlere eş üçgenler denir.

1) Kenar-Açı-Kenar (KAK) Eşlik Aksiyomu



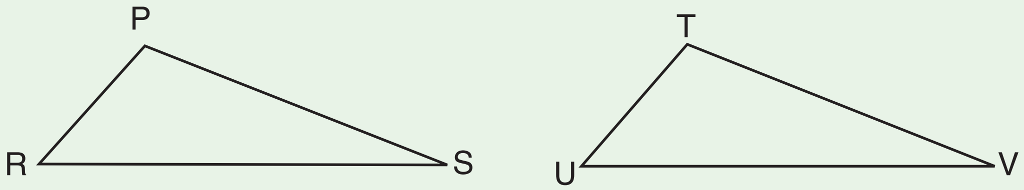
Herhangi iki üçgenin ardışık iki kenar uzunlukları ve bu kenarların aralarında kalan açıların ölçüleri birbirine eşit ise bu iki üçgen eştir ve bu eşliğe kenar açı kenar (KAK) eşlik aksiyomu denir.

2) Açı-Kenar-Açı (AKA) Eşlik Aksiyomu



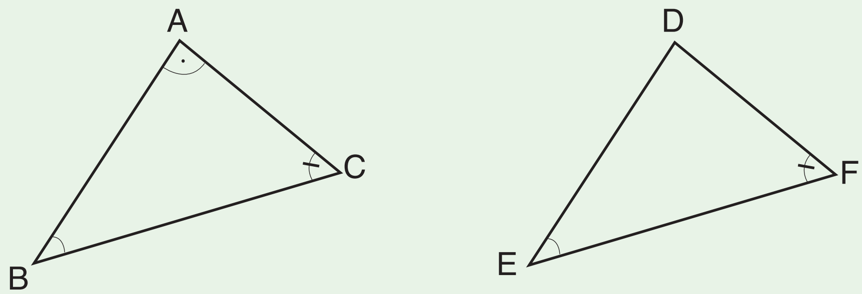
Herhangi iki üçgenin karşılıklı iki açısı eş ve bu açıların ortak kenar uzunlukları da eşit ise bu üçgenler eştir ve eşliğe açı kenar açı (AKA) eşlik teoremi denir.

3) Kenar-Kenar-Kenar (KKK) Eşlik Aksiyomu



Herhangi iki üçgenin üç kenar uzunluğu birbirine eşit ise bu üçgenler eştir. Bu eş kenar kenar kenar (KKK) eşlik teoremi denir.

Bu teoremleri kullanarak üçgenlerin eş olup olmadıklarına karar verebiliriz.



$|AB| = |DE|$
$|AC| = |DF|$
$|BC| = |EF|$

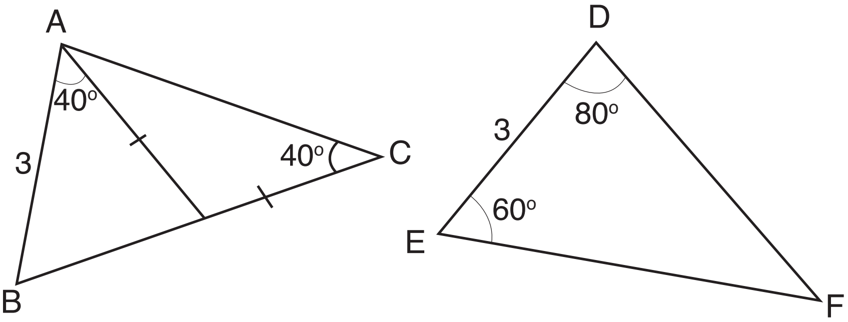
$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$

$\hat{A} = \hat{D}$
$\hat{B} = \hat{E}$
$\hat{C} = \hat{F}$

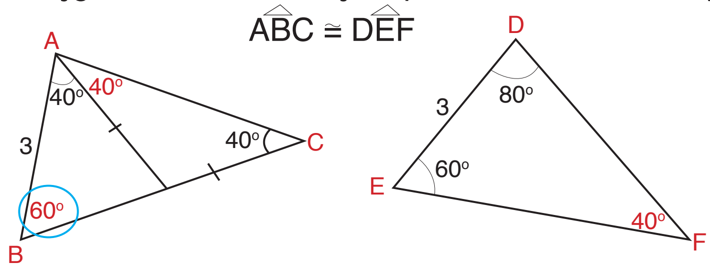
- Karşılıklı kenarları ve karşılıklı açıları eşit olan üçgenlere eş üçgenler denir.
- Herhangi iki üçgenin ardışık iki kenar uzunlukları ve bu kenarların aralarında kalan açıların ölçüleri birbirine eşit ise bu iki üçgen eştir ve bu eşliğe kenar açı kenar (KAK) eşlik aksiyomu denir.
- Herhangi iki üçgenin karşılıklı iki açısı eş ve bu açıların ortak kenar uzunlukları da eşit ise bu üçgenler eştir ve eşliğe açı kenar açı (AKA) eşlik aksiyomu denir.
- Herhangi iki üçgenin karşılıklı üç kenar uzunluğu birbirine eşit ise bu üçgenler eştir. Bu eşliğe kenar kenar kenar (KKK) eşlik aksiyomu denir.

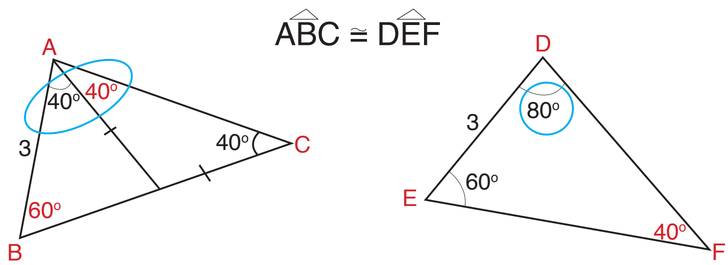
ÖRNEK

$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$



Verilen üçgenlerin birbirine eş olup olmadıklarını inceleyelim.





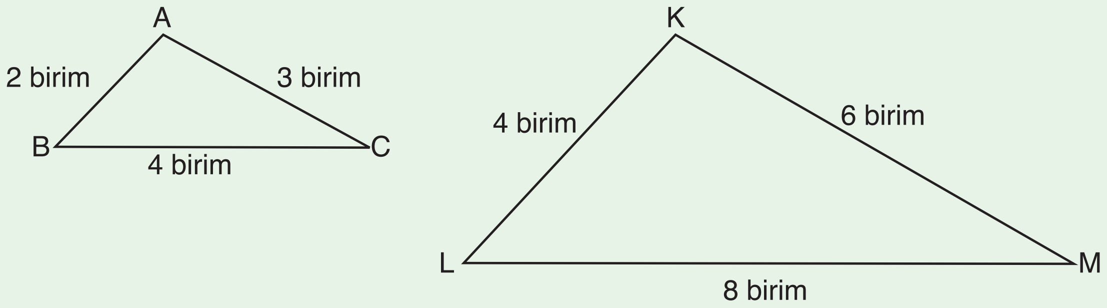
A ile D açılarının ölçüleri, B ile E açılarının ölçüleri ve bu iki açı arasında kalan AB ve DE kenarlarının uzunlukları eşit olduğundan bu iki üçgen arasında AÇI-KENAR-AÇI eşlik teoremi vardır ve dolayısıyla bu iki üçgen birbirine eştir.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

Aşağıda verilen iki üçgenin eş oldukları görülmektedir.

Karşılıklı açıları ve kenarları eş olan üçgenler eş üçgenlerdir.

Bu üçgenlerden biri belirli bir oranda büyütüldüğünde oluşan üçgenlerin yeni durumu aşağıdaki gibidir.



$\hat{A} \cong \hat{K}$, $\hat{B} \cong \hat{L}$, $\hat{C} \cong \hat{M}$

IABI = 2 birim	IKLI = 4 birim
IACI = 3 birim	IKMI = 6 birim
IBCI = 4 birim	ILMI = 8 birim

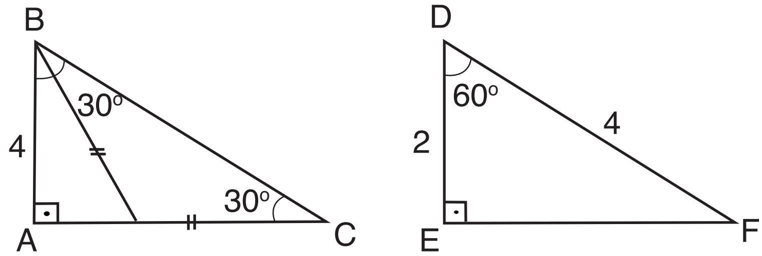
Şekildeki iki üçgenin kenar uzunlukları arasında belli bir oran vardır. Karşılıklı açıları eş ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılıdır.

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{KLM} \quad \frac{|AB|}{|KL|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{|AC|}{|KM|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

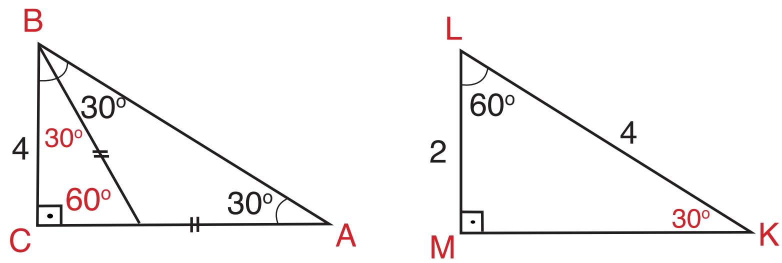
Karşılıklı açıları eş ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılı üçgenler benzer üçgenler olarak adlandırılır. Benzer iki üçgende karşılıklı kenar uzunlukları oranına benzerlik oranı denir.

ÖRNEK

Verilen üçgenlerin benzer olup olmadıklarını değerlendiriniz.



Verilen iki üçgeninin her ikisinde de iç açılarının ölçüleri eşittir. Bu iki üçgen arasında AÇI-AÇI-AÇI benzerliği vardır. Şimdi bu üçgenlerin köşe noktalarını isimlendirelim ve kenarları arasındaki benzerlik oranını inceleyelim.



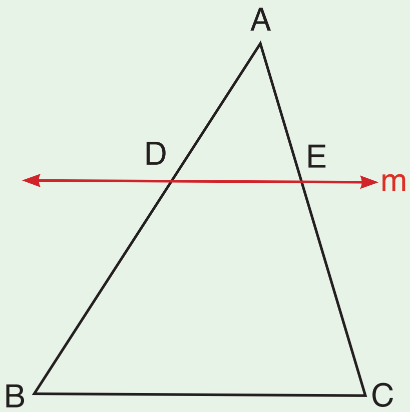
Açı-Açı-Açı Benzerliği:

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{K}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{L}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{M}) \end{array}\right\} \quad \widehat{ABC} \approx \widehat{KLM}$$

Kenar-Açı-Kenar Benzerliği:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{|AB|}{|KL|} = \dfrac{|BC|}{|AB|} \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{L}) \end{array}\right\} \quad \widehat{ABC} \approx \widehat{KLM}$$

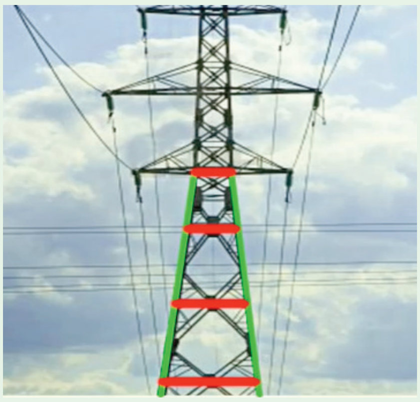
TEMEL ORANTI TEOREMİ

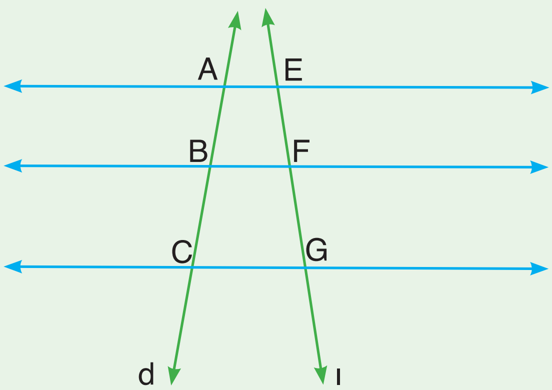


Bir üçgende bu üçgenin bir kenarına paralel olan ve diğer iki kenarı köşelerden farklı noktalarda kesen bir doğru, kestiği kenarları orantılı parçalara ayırır.

$$DE \parallel BC \rightarrow \frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$$

Thales Teoremi



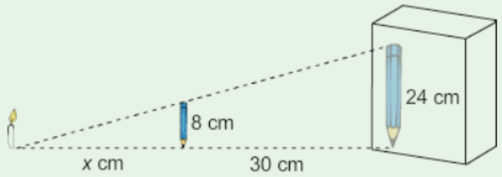


$$d_1 // d_2 // d_3 \text{ ise; } \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|FG|}$$

Birbirine paralel olan üç veya daha fazla doğru; kendilerini kesen doğrular üzerinde, uzunlukları karşılıklı olarak orantılı doğru parçalarına ayrılır. Bu teoreme "Thales Teoremi" denir.

$$\frac{|AB|}{|EF|} = \frac{|BC|}{|FG|} = \frac{|CD|}{|GH|}$$

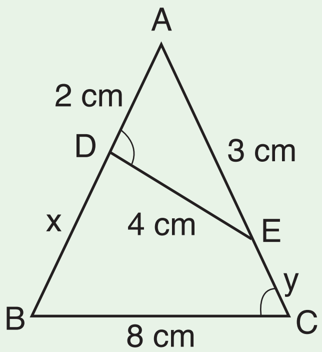
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıdaki şekilde bir mumun x cm uzaklığında zemine dik olarak yerleştirilen 8 cm uzunluğunda bir kalem ve kalemin 30 cm uzağında da zemine dik olarak yerleştirilen bir perde verilmiştir.

1. Kalemin perde üzerindeki gölgesinin boyu 24 cm olduğuna göre, kalemin muma olan uzaklığı kaç cm'dir?

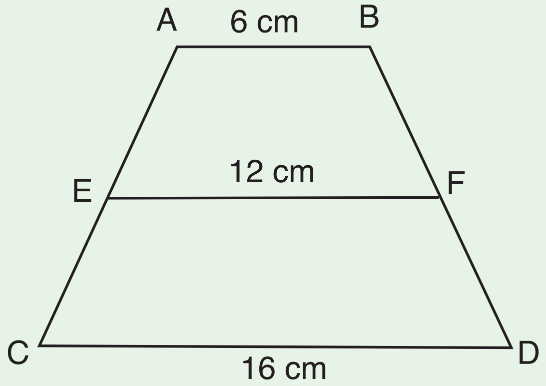
A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 25 **E)** 30



ABC üçgeninde m($\widehat{ADE}$) = ($\widehat{ACB}$), 2cm, IAEI= 3 cm, IDEI= 4 cm, IBCI = 8 cm, IBDI=x cm ve IECI= y cm'dir.

2. Buna göre, x + y kaç cm'dir?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

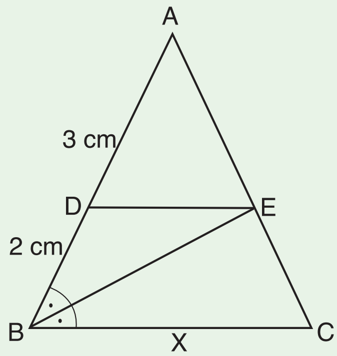


Yukarıdaki ABCD dörtgeninde,
[AB] // [EF] // [CD],

IABI =6 cm, IEFI =12 cm ve ICDI=16 cm 'dir

3. Buna göre $\frac{IBFI}{IBDI}$ kaçtır?

A) 6 **B)** $\frac{5}{3}$ **C)** 1 **D)** $\frac{3}{5}$ **E)** 2



ABC üçgeninde [DE] // [BC] ve [BE], ABC açısının açıortayıdır.

4. IADI= 3 cm ve IBDI = 2 cm olduğuna göre, IBCI = x kaç cm'dir?

A) $\frac{7}{3}$ **B)** $\frac{8}{3}$ **C)** $\frac{10}{3}$ **D)** $\frac{11}{3}$ **E)** $\frac{13}{3}$

Cevap Anahtarı:

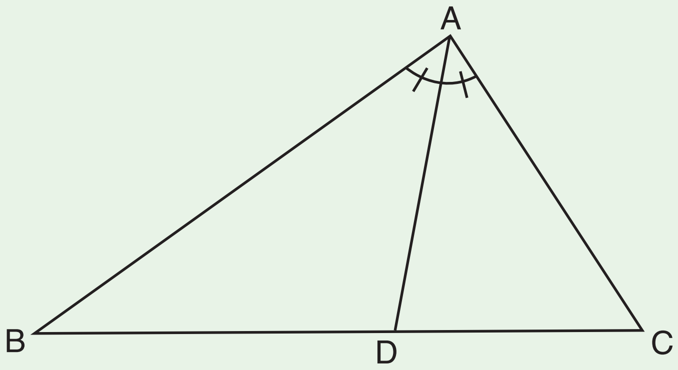
1)B **2)**D **3)**D **4)**C

NOTLAR

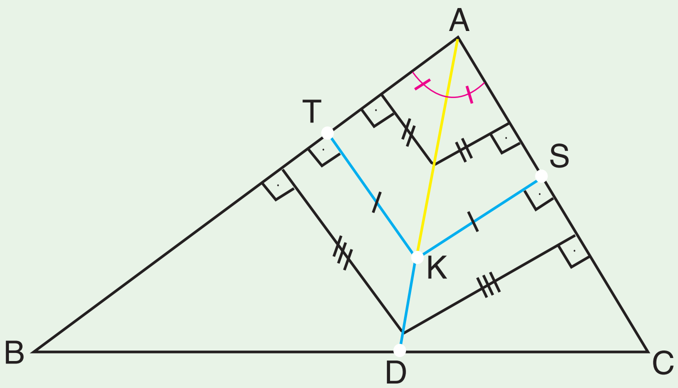
NOTLAR

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

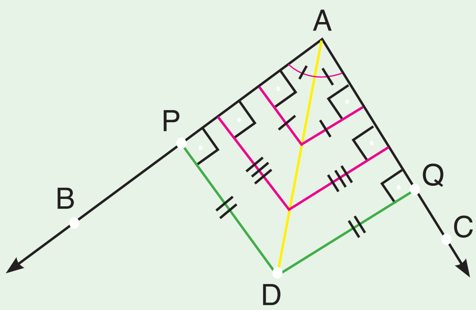
Açıortay ve Özellikleri

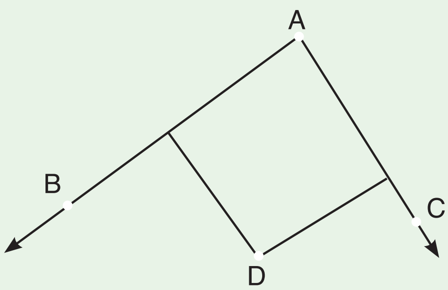


$\overline{AD}$ doğru parçası $\widehat{BAC}$ açısının açıortayıdır. Bu doğru parçası A köşesine ait açıyı şekilde görüldüğü gibi iki eş açıya ayırmaktadır.



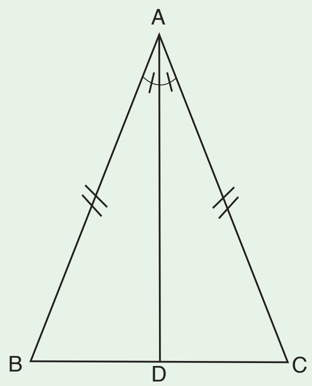
$\overline{AD}$ doğru parçası üzerinde alınan herhangi bir K noktasından açının kollarına çizilen dikmelerin uzunlukları birbirine eşittir. Şekilde görüldüğü gibi $\overline{|TK|} = \overline{|SK|}$ doğru parçalarının uzunlukları eşittir.

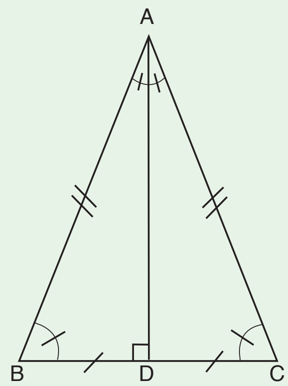




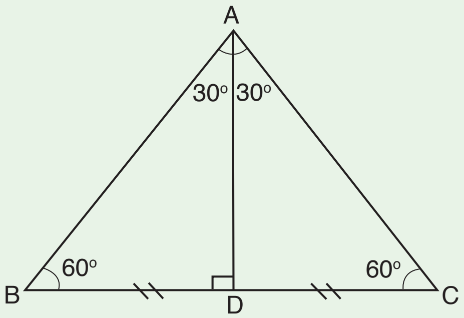
$\widehat{BAC}$ açısının iç bölgesinde bulunan bir D noktasından açının kollarına dikmeler indirdiğimizi düşünelim. Eğer bu dikmelerin uzunlukları eşit ise $\overline{AD}$ doğru parçası $\widehat{BAC}$ açısını iki eş açıya ayırır. O hâlde bir nokta açının kollarından eşit uzaklıkta ise açıortay üzerindedir.

İkizkenar üçgende ikiz olan kenarlar arasındaki açıortay, tabanı dik ortalar.

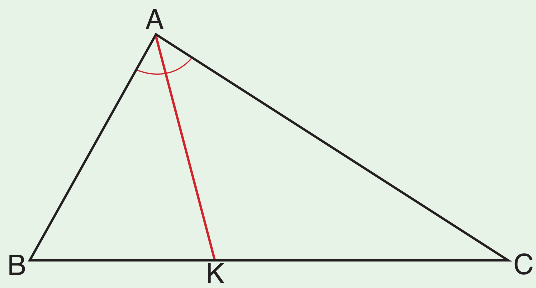




Eşkenar üçgende, herhangi bir açının açıortayı, karşı kenarı dik ortalar. $\widehat{BAC}$ açısından çizilen açıortayın sağladığı özellikler hem B köşesine hem de C köşesine ait açıortaylar için de geçerlidir.



İç Açıortay Teoremi



Verilen üçgende $\overline{AK}$ uzunluğu $\widehat{BAC}$ açısının açıortayıdır. Açıortay $\widehat{BAC}$ açısının karşısındaki kenarı $\overline{BK}$ ve $\overline{KC}$ olacak şekilde iki doğru parçasına ayırır.

ABC bir üçgen ve AK, $\widehat{BAC}$ açısının açıortayı olacak şekilde BC üzerinde bir K noktası olsun.

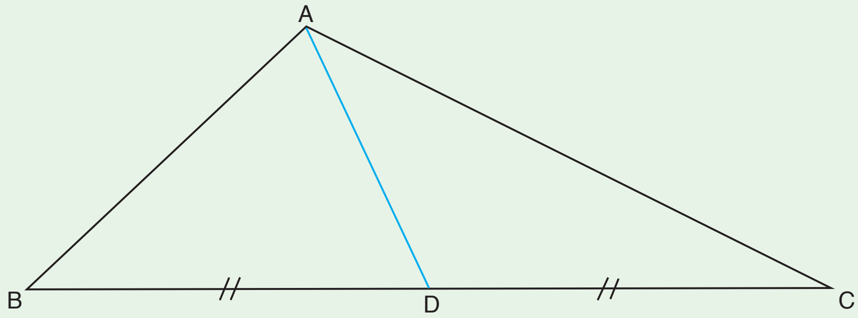
Öyleyse: $\frac{|AC|}{|CK|}=\frac{|AB|}{|CK|}$

m($\widehat{BAC}$) açısını iki eş açıya bölen IAKI doğrusunun uzunluğu:

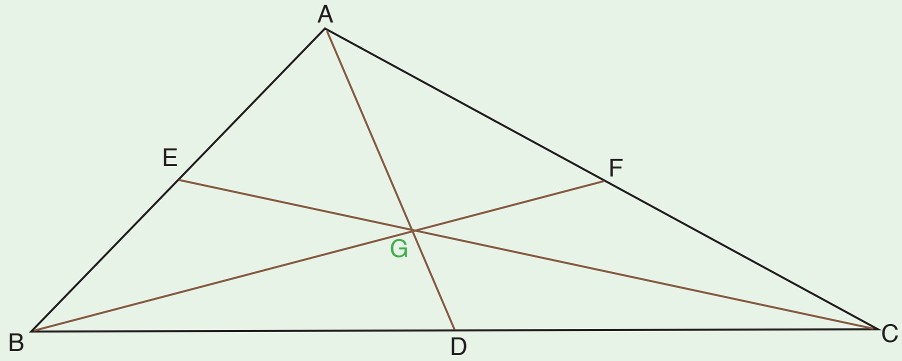
$|AK|^2=|AC| \cdot |AB| - |BK| \cdot |KC|$ formülü ile bulunur.

Üçgende Kenarortay ve Ağırlık Merkezi

Bir kenarortay, uç noktaları üçgenin bir köşesi ve bu köşenin karşısındaki kenarın orta noktası olan doğru parçasıdır.



Verilen üçgende $\overline{AD}$ uzunluğu $\widehat{BAC}$ açısının kenarortayıdır. Kenarortay $\widehat{BAC}$ açısının karşısındaki kenarı $\overline{AD}$ ve $\overline{DC}$ olacak şekilde iki eş doğru parçasına ayırır.



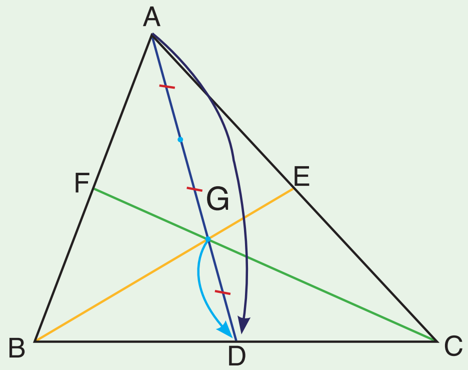
Verilen üçgende G noktası kenarortayların kesişim noktası olup üçgenin **ağırlık merkezi**dir.

Üçgende Ağırlık Merkezi ve Kenarortaylar Arasındaki İlişki

Bir üçgende ağırlık merkezinin köşeye olan uzaklığı aynı doğrultuda kenara olan uzaklığın iki katıdır. Yani ağırlık merkezi; kenarortayı, kenara x birim, köşeye 2x birim uzaklık olacak şekilde böler.

Bir üçgende kenarortaylar birbirini sabit bir oranla belli uzunluklara ayırır.

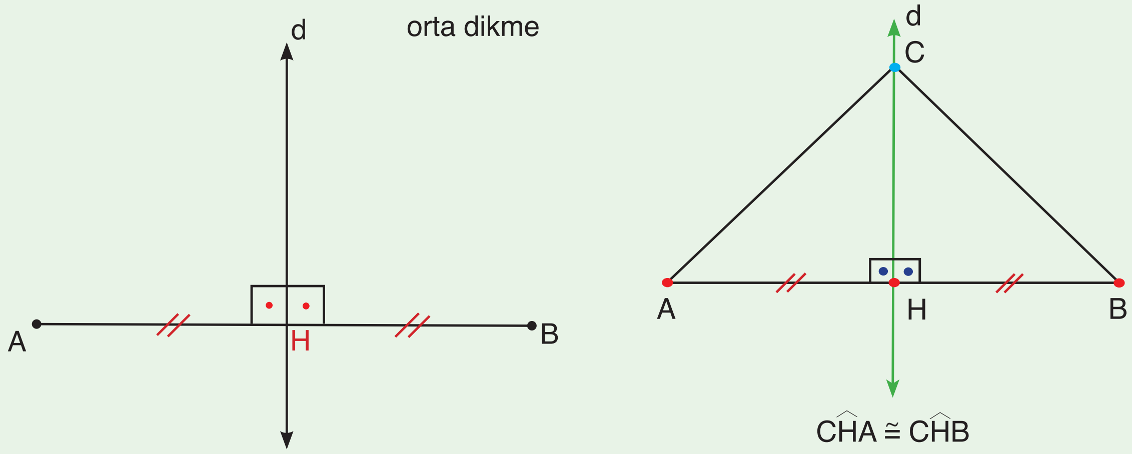
Ağırlık merkezi, kenarortayların kesişim noktasıdır.



Bir üçgende kenarortaylar birbirini sabit bir oranla belli uzunluklara ayırır.
Ağırlık merkezi, kenarortayların kesişim noktasıdır.

$$|AG| = 2\,|GD| \quad \Big| \quad \frac{|AG|}{|AD|} = \frac{2}{3} \quad \Big| \quad \frac{|GD|}{|AD|} = \frac{1}{2}$$

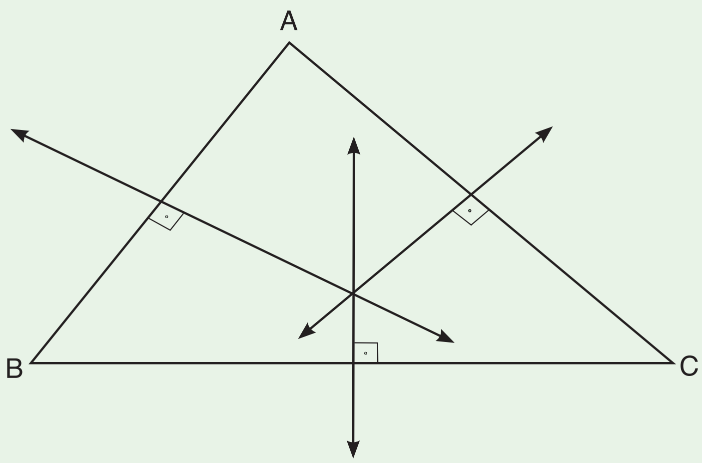
Bir Doğru Parçasının Orta Dikmesi



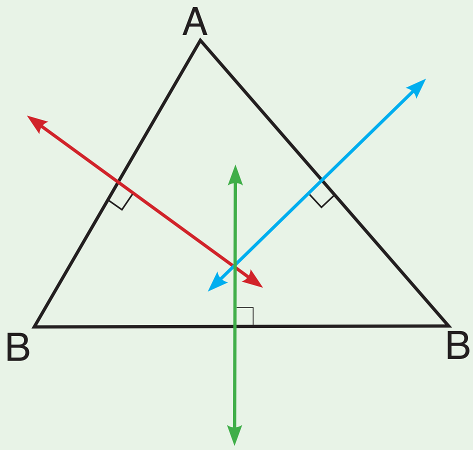
$\widehat{CHA} \cong \widehat{CHB}$

Üçgende bir kenarı dik olarak iki eş parçaya bölen doğruya kenar orta dikme denir.

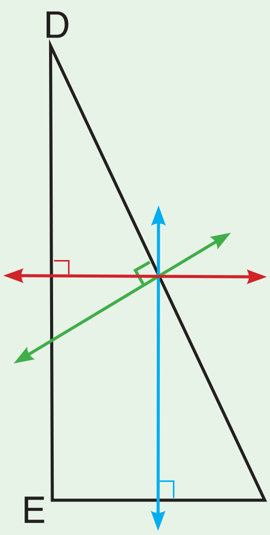
Genelleme yapacak olursak, bir doğru parçasının uç noktalarından eşit uzaklıkta bulunan her nokta bu doğru parçasının orta dikmesi üzerindedir.



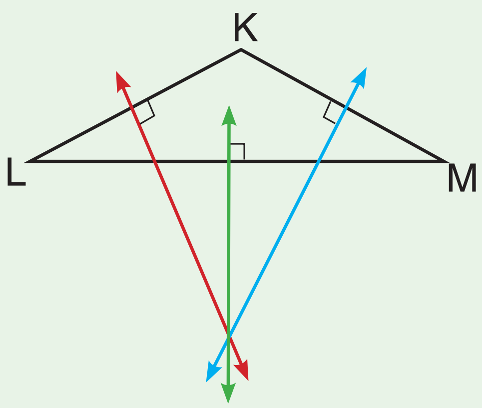
Kenar orta dikmelerinin kesişim noktasının yeri üçgenin dar, dik ve geniş açılı olmasına göre değişir.



Dar açılı üçgenlerde kenar orta dikmeler üçgenin içinde kesişir.

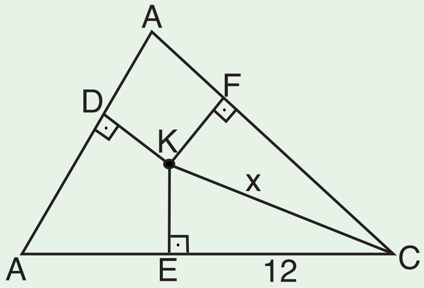


Dik üçgenlerde kenar orta dikmenler üçgenin üzerinde kesişir.



Geniş açılı üçgenlerde ise kenar orta dikmeler üçgenin dışında bir noktada kesişir.

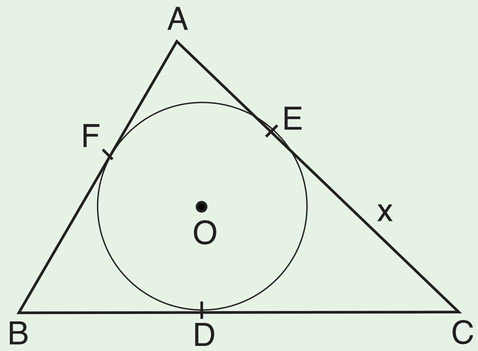
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Şekildeki ABC üçgeninde K noktası iç açıortayların kesişim noktasıdır.

1. [KD]⊥[AB], [KE]⊥[BC] ve [KF]⊥ [AC]'dir. IKDI + IKEI + IKFI = 15cm ve IECI=12 cm olduğuna göre IKCI =x kaç cm'dir?

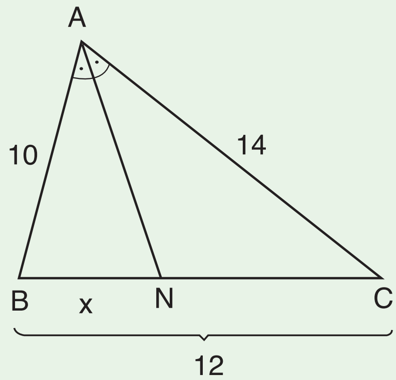
A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 18



Şekilde O merkezli çember, ABC üçgeninin iç teğet çemberidir.

2. IABI=9cm IACI=11 cm ve IBCI= 14 cm olduğuna göre, IECI= x kaç cm'dir?

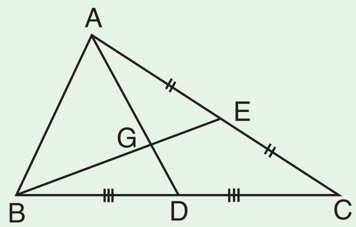
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10



ABC üçgeninde [AN] iç açıortay
IABI =10cm IACI=14cm IBCI=12 cm

3. Verilenlere göre IBNI =x kaç cm'dir?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8



ABC üçgeninde IBDI=IDCI ve IAEI = IECI' dir.

4. IBGI =8 cm ve IADI =15 cm olduğuna göre IGDI + IGEI kaç cm'dir?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

Cevap Anahtarı

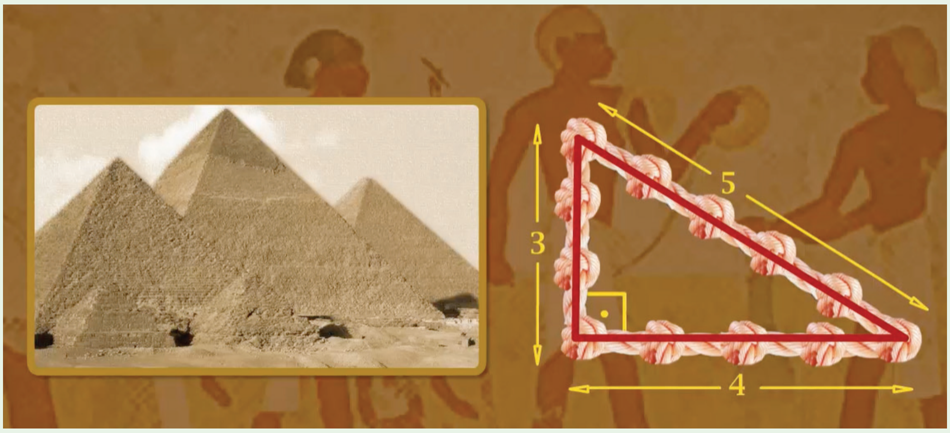
1)A **2)**C **3)**B **4)**B

NOTLAR

NOTLAR

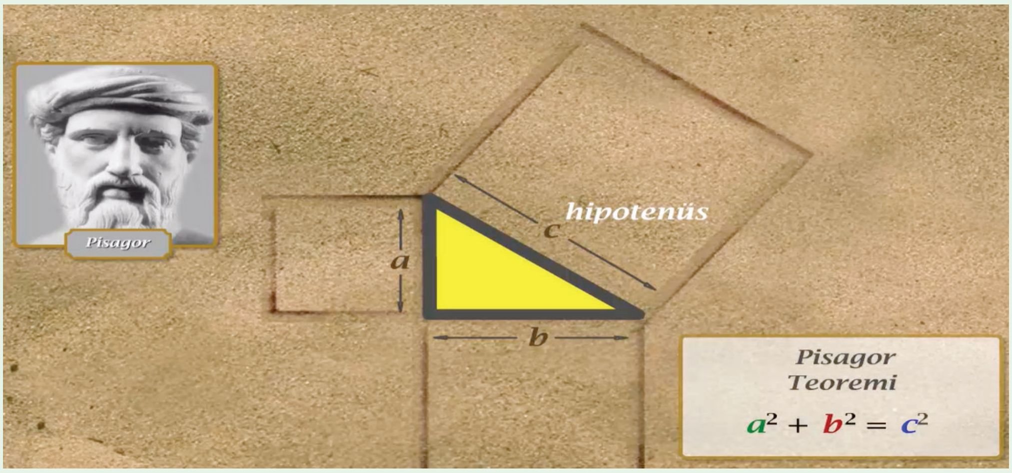
DİK ÜÇGEN VE TRİGONOMETRİ

Eski Mısır'da piramitlerin yapımında 3-4-5 üçgeni önemli bir yer teşkil etmekteydi. 13 boğumdan oluşan ve 12 aralığa sahip ip, yapıların dikliklerini belirlemede önemli yer teşkil ediyordu.

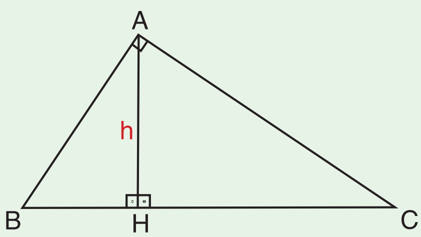


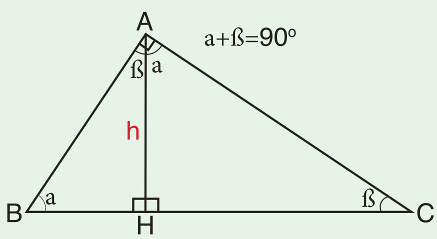
PİSAGOR TEOREMİ

Pisagor teoremi de bir dik üçgendeki dik kenarlar ve hipotenüs (90 derecenin karşısındaki kenar) arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

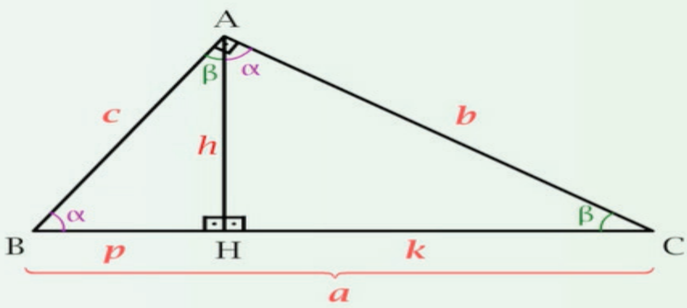


ÖKLİT BAĞINTILARI





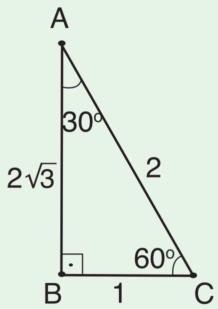
Bir dik üçgende hipotenüse ait yükseklik çizildiğinde oluşan dik üçgenler birbirine benzerdir. Bu benzerlik kullanılarak üçgenin dik kenarları, yüksekliği ve yüksekliğin ayırdığı parçalar arasında oluşan bağıntılara **Öklit** bağıntıları denir.

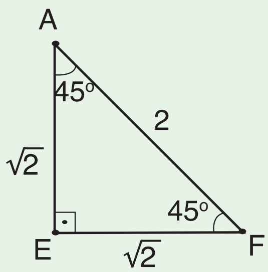


$h^2 = p \cdot k$ $\qquad$ $c^2 = p \cdot a$ $\qquad$ $b^2 = k \cdot a$

ÖZEL AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI

Özel açılı dik üçgenlerde dik kenarlar ve hipotenüsün birbirleriyle oranları sonucu oluşan değerler aşağıdaki şekilde gösterilmiş ve bu değerler tabloda sunulmuştur.





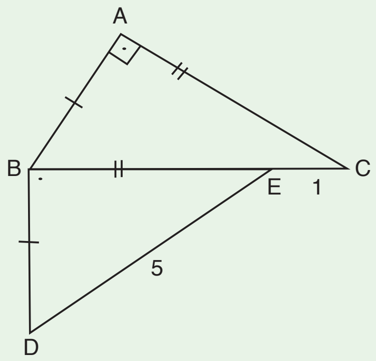
$$\sin\theta = \frac{\text{karşı}}{\text{hiponenüs}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{karşı}}{\text{komşu}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{komşu}}{\text{hiponenüs}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{komşu}}{\text{karşı}}$$

(θ bir dar açıdır.)

	30°	60°	45°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 1$
cot	$\frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

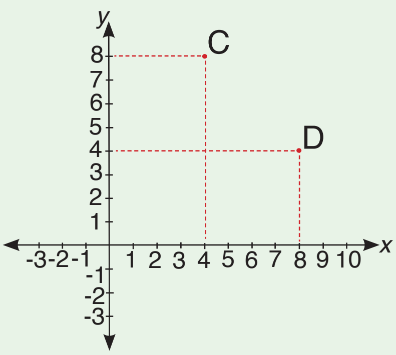
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



BAC ve EBD birer dik üçgen
[AB] ⊥ [AC]
[BE] ⊥ [BD]
IBEI = IACI
IABI = IBDI
IDEI = 5cm ve
IECI = 1 cm'dir.

1. Yukarıdaki verilere göre, çevre $(\widehat{ABC})$ kaç cm'dir?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)**13

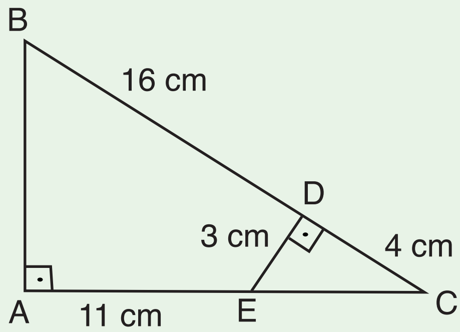


2) Yukarıda koordinat sistemi üzerine verilen Cve D noktalarıarasındaki <u>en kısa</u> mesafe kaç birimdir?

A) 4 **B)** $4\sqrt{2}$ **C)** 8 **D)** $8\sqrt{2}$ **E)** 10

3) A (8,-10) noktasının orjine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\sqrt{41}$ **B)** 8 **C)** 10
D) $8\sqrt{2}$ **E)** $2\sqrt{41}$



4) Yukarıda verilen şekle göre, IABI kaç cm'dir?

A) 3 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 12 **E)** 15

Cevap Anahtarı

1)D **2)**B **3)**E **4)**D

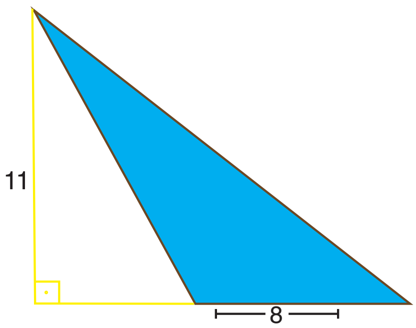
NOTLAR

ÜÇGENİN ALANI

Bir üçgensel bölgede herhangi bir kenarı taban olarak kabul edebilirsiniz. Uzunluğu verilen taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısı o üçgensel bölgenin alanını verir.

$$\text{Üçgensel Bölgenin Alanı} = \frac{\text{“taban uzunluğu” x “o tabana ait yükseklik”}}{2}$$

ÖRNEK



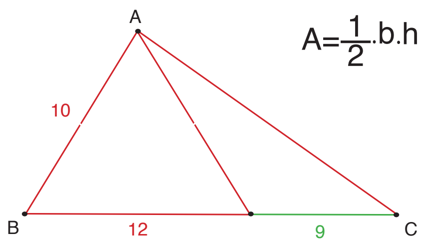
Verilen üçgende 8 br'lik kenara ait yükseklik 11 br olan dikmedir. Bu üçgensel bölgenin alanı;

Üçgensel Bölgenin

Alanı = $\frac{8 \text{ x } 11}{2}$ = 44 br^2'dir.

Alan biriminin br x br = br^2 olmasına dikkat ediniz.

ÖRNEK



$A=\frac{1}{2}.b.h$

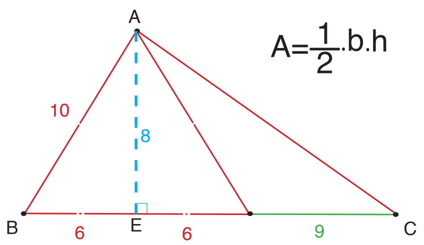
$\overset{\triangle}{ABD}$ İkizkenar üçgen

IABI = IADI

Yanda verilen üçgenin kenarına ait yükseklik verilmemiştir. ADC üçgensel bölgesinin alanını hesaplayabilmemiz için kenarına ait yüksekliği çizip uzunluk değerini elde etmeliyiz. Ardından üçgensel bölgede alan formülü kullanarak alanı hesaplamalıyız.

Taban uzunluğu ve yükseklik doğrudan verilmediğinde nasıl bir yol izleriz?

Çözüm için aşağıdaki görseli inceleyebilirsiniz.



$A=\frac{1}{2}.b.h$

Yüksekliği bulabilmek için Pisagor teoremi kullanalım:

$c^2 = a^2 + b^2$

$10^2 = h^2 + 6^2$

$h^2 = 10^2 - 6^2$

$h^2 = 64$

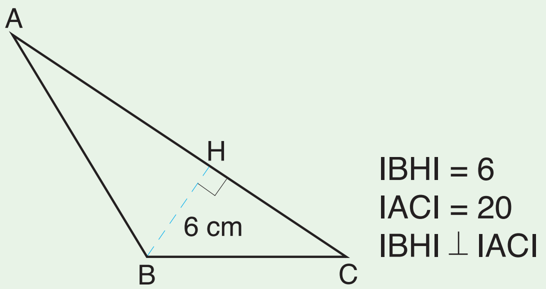
$h = 8$ birim

$A=\frac{1}{2}.b.h$

$A(\widehat{ADC})=\frac{1}{2}.9.8$

$A(\widehat{ADC})=36^2$ birim^2

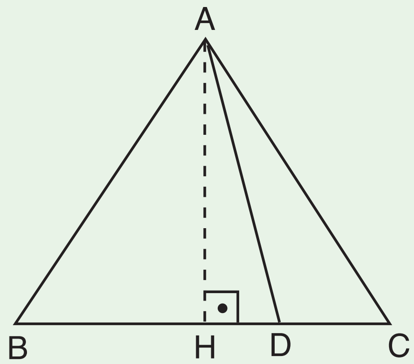
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıdaki ABC üçgeninde IBHI = 6 cm, IACI = 20 cm ve [BH] ile [AC] birbine diktir.

1. Buna göre ABC üçgeninin alanı kaç cm^2'dir?

A) 30 **B)** 60 **C)** 90 **D)** 120 **E)** 150



Şekildeki ABC üçgeninde

[AH] ⊥ [BC]

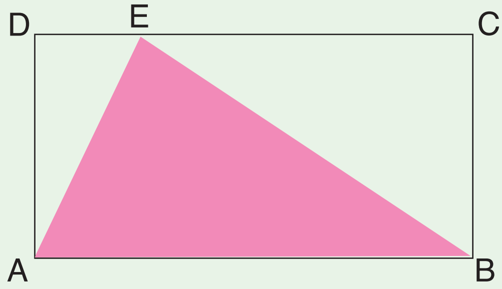
IBDI = 6cm

IDCI = 4cm

Alan $(\widehat{ADC})$= 12 cm^{2}dir.

2. Yukarıda verilenlere göre ABD üçgeninin alanı kaç cm^2'dir?

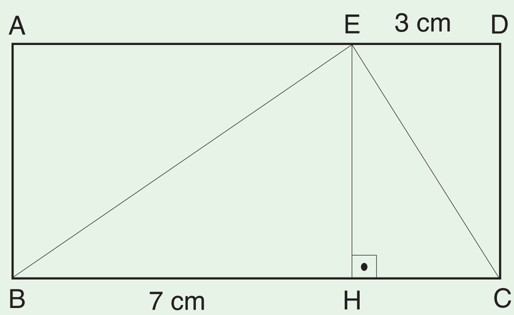
A) 18 **B)** 22 **C)** 24 **D)** 30 **E)** 36



Yukarıdaki ABCD dikdörtgeninde, IADI = 6 cm ve ICDI= 14 cm'dir.

3. D, E ve C noktaları doğrusal olduğuna göre, AEB üçgeninin alanı kaç cm^2'dir?

A) 84 **B)** 62 **C)** 54 **D)** 42 **E)** 36



ABCD bir dikdörtgen, Alan(ABCD)=60 cm^2

IDEI = 3 cm

IBHI= 7 cm'dir.

4. Yukarıdaki bilgilere göre EBH üçgeninde alanı kaç cm^2'dir?

A) 14 **B)** 21 **C)** 23 **D)** 28 **E)** 30

Cevap Anahtarı

1)B **2)**A **3)**D **4)**B

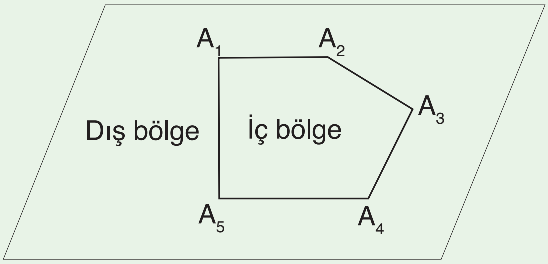
NOTLAR

NOTLAR

ÇOKGENLER

Bir geometrik şekil, ne zaman "çokgen" olarak isimlendirilebilir?

Bir şeklin çokgen olabilmesi için sağlanması gereken özellikler nelerdir?

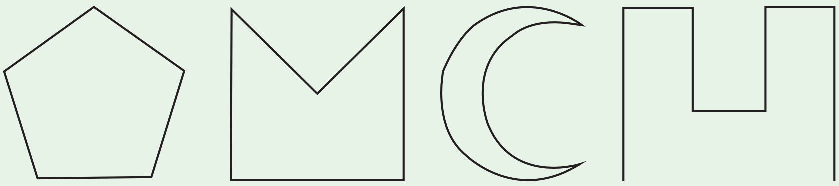


$n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 3$ olmak üzere aynı düzlemde ardışık üç tanesi doğrusal olmayan A_1, A_2, A_n noktalarının oluşturduğu $A_1, A_2]$, $[A_2, A_3]$ ... , $[A_{n-1}, A_n]$ doğru parçalarının birleşim kümesine **çokgen** adı verilir.

- $A_1, A_2]$, $[A_2, A_3]$ ... , $[A_{n-1}, A_n]$ doğru parçalarına çokgenin kenarları,
- A_1, A_2, A_n noktalarına çokgenin köşeleri denir.

Çokgen, düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren ve birbirini kesmeyen doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillerdir.

Aşağıda verilen şekillerden hangilerinin çokgen olduğunu belirleyelim.

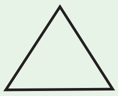
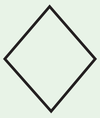
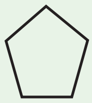
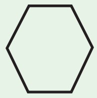
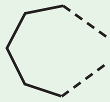
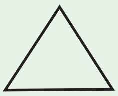
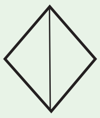
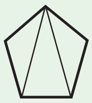
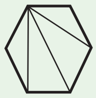
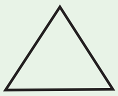
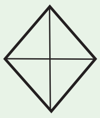
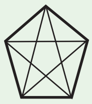
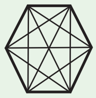


1. 2. 3. 4.

Verilen şekiller arasında 1. ve 2. şeklin çokgen tanımına uyduğu görülür. Ardışık doğru parçaları birbirlerini kesmeyecek şekilde uç uca birleşerek kapalı bir şekil oluşturmuşlardır. 3. şekil kapalı olmasına rağmen doğru parçalarından değil 2 yaydan oluşmaktadır. 4. şekil ise doğru parçalarından oluşmaktadır fakat kapalı şekil olma özelliği yoktur. Dolayısıyla 1. ve 2. şekil çokgendir, 3. ve 4. şekil çokgen değildir.

Dışbükey Çokgende Köşegen Sayısı

Bir dışbükey çokgende ardışık olmayan köşeleri birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.

	ÜÇGEN	DÖRTGEN	BEŞGEN	ALTIGEN	n-g e n
Çokgen					
Kenar Sayısı	3	4	5	6	n
Bir Köşeye Ait Köşegen Sayısı	3-3=0 	4-3=1 	5-3=2 	6-3=3 	n - 3
Tüm Köşegenlerin Sayısı	$\frac{3.(3-3)}{2}=0$ 	$\frac{4.(4-3)}{2}=2$ 	$\frac{5.(5-3)}{2}=5$ 	$\frac{6.(6-3)}{2}=9$ 	$\frac{n.(n-3)}{2}$

Bir dışbükey çokgende ardışık olmayan köşeleri birleştiren doğru parçasına köşegen denir.

n kenarlı bir çokgenin,

- bir köşesinde ait köşegen sayısı: n-3
- tüm köşegenlerin sayısı: $\frac{n.(n-3)}{2}$

ÖRNEK

12 kenarlı çokgenin toplam köşegen sayısını bulunuz.

Kenar sayısı: 12

Tüm Köşegenlerin Sayısı $= \frac{n.(n-3)}{2} = \frac{12.(12-3)}{2} = \frac{12.9}{2} = 54$

ÖRNEK

Tüm köşegenlerin sayısı 170 olan çokgenin kenar sayısı nedir?

n kenar sayısı olmak üzere,

Tüm köşelerin sayısı: $\frac{n.(n-3)}{2}$

$170=\frac{n.(n-3)}{2}$

$340=n^2-3n$

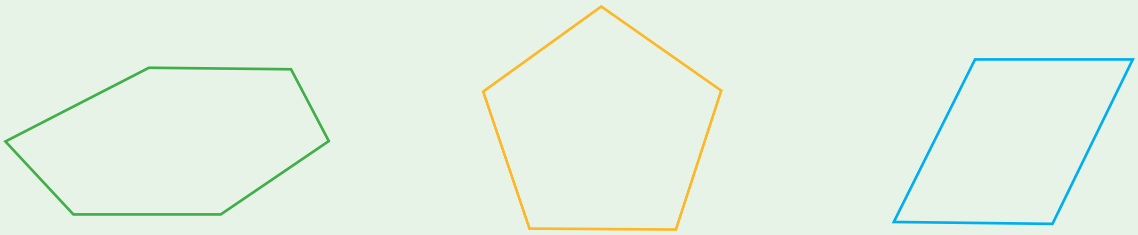
$n^2-3n-340=0$

$(n-20)(n+17)=0$

n = 20 veya n= -17 olduğundan, çokgenin kenar sayısı 20'dir.

Dışbükey Çokgenlerin İç Açı Ölçüleri

n tane kenarı olan bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı: $(n-2) \times 180^\circ$

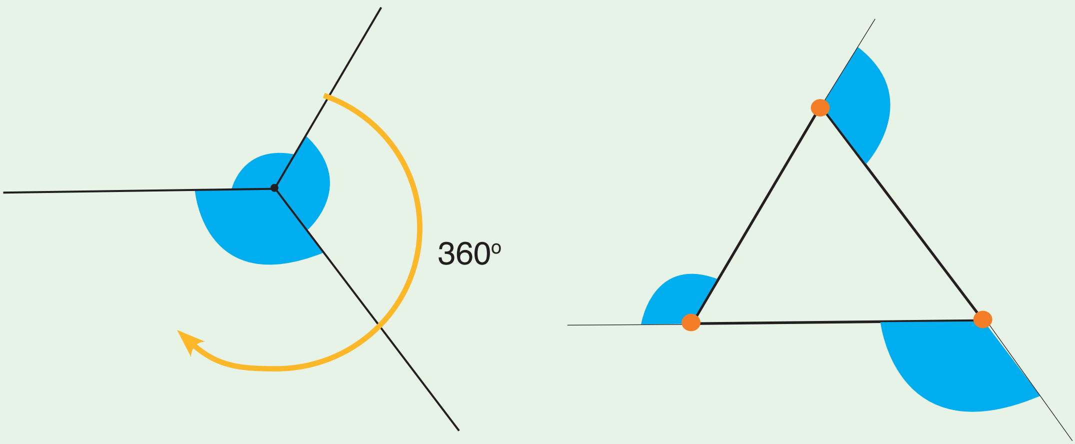


$n = 6 \rightarrow (6-2) \times 180^\circ$
$= 4 \times 180^\circ$
$= 720^\circ$

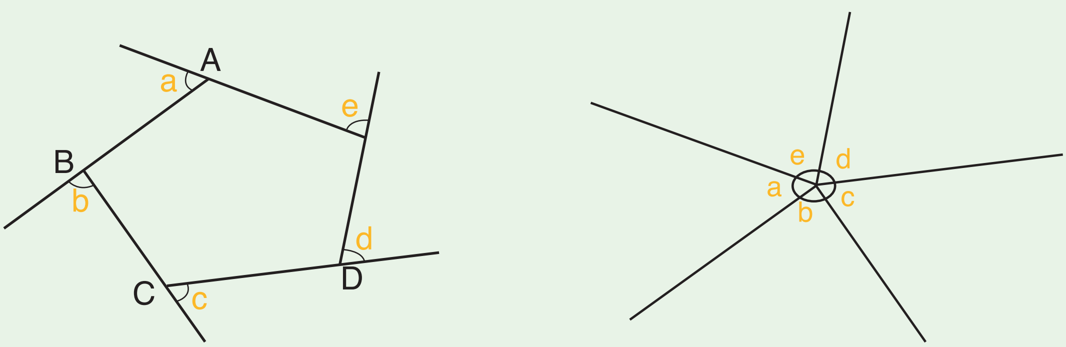
$n = 5 \rightarrow (5-2) \times 180^\circ$
$= 3 \times 180^\circ$
$= 540^\circ$

$n = 4 \rightarrow (4-2) \times 180^\circ$
$= 2 \times 180^\circ$
$= 360^\circ$

Dışbükey çokgenlerin dış açı ölçüleri toplamının 360° olduğunu gösterelim.



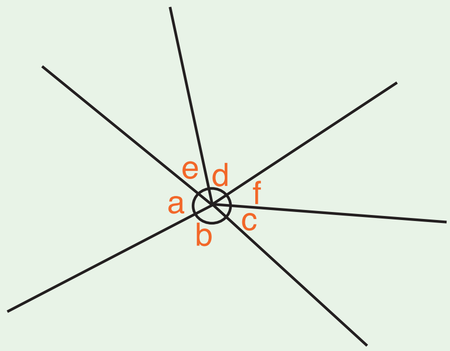
Dışbükey beşgenin dış açı ölçüleri toplamının 360 derece olduğunu gösterelim.

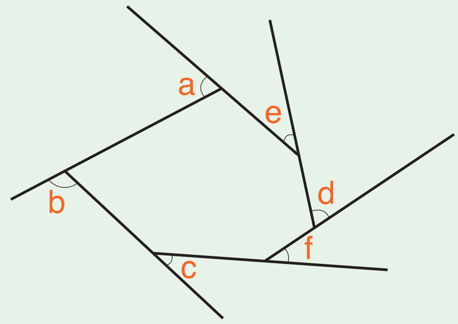


Özellik: Dışbükey çokgenlerin dış açıları ölçülerinin toplamı 360°'dir

$$a + b + c + d + e = 360^\circ$$

Dışbükey altıgenin dış açı ölçüleri toplamının 360 derece olduğunu gösterelim.





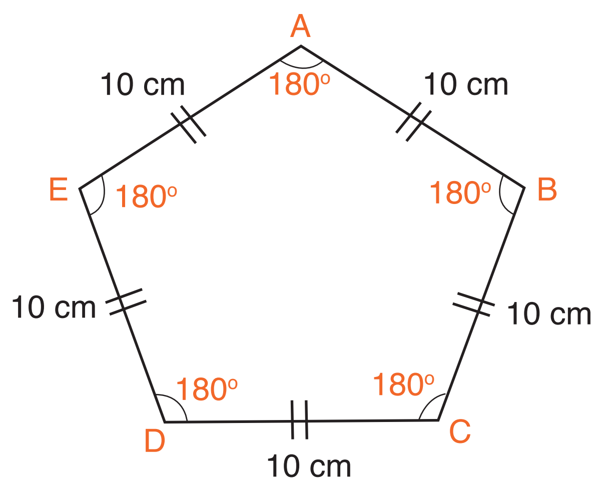
Özellik: Dışbükey çokgenlerin dış açıları ölçülerinin toplamı 360°'dir.

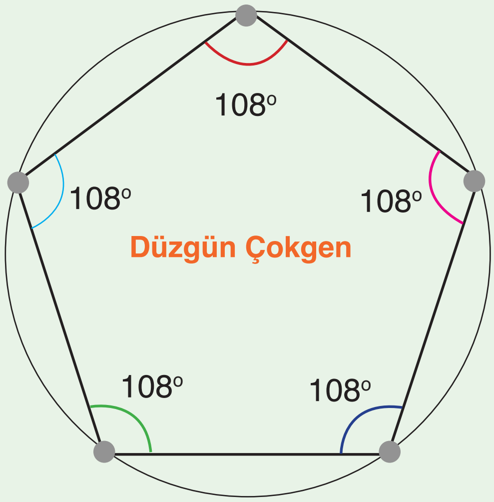
$$a + b + c + d + e + f = 360^\circ$$

Düzgün Çokgenler

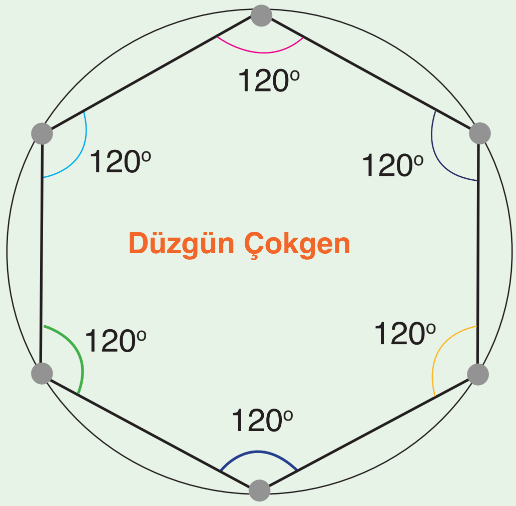
Bütün kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir.

ÖRNEK

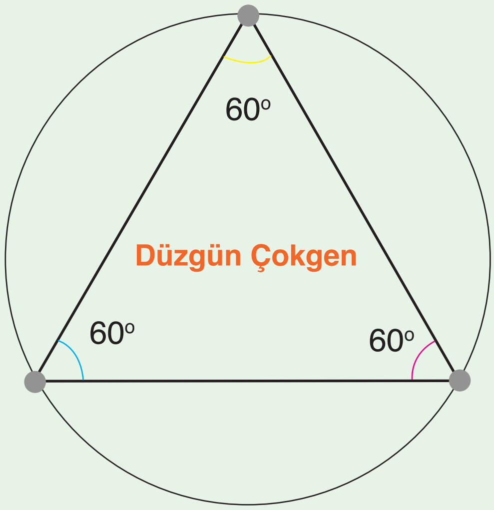




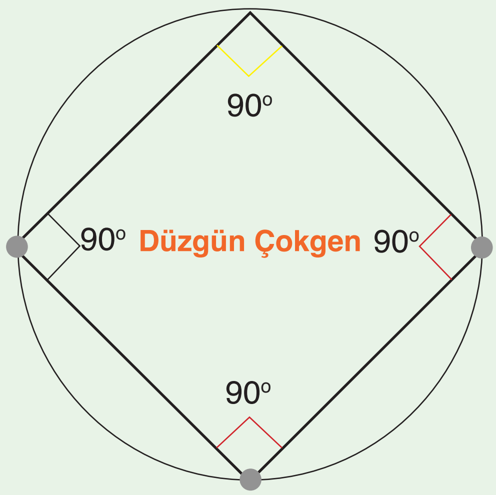
BEŞGEN



ALTIGEN

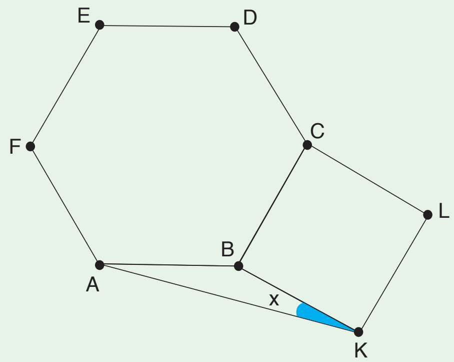


ÜÇGEN



DÖRTGEN

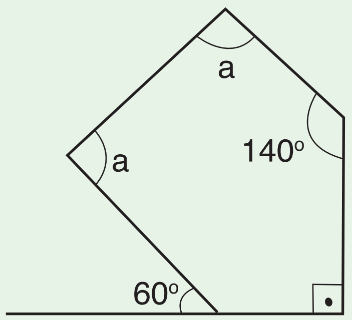
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıdaki şekilde ABCDEF düzgün altıgen, KLCB karedir.

1. Verilenlere göre $m(\widehat{BKA})$= x kaç derecedir?

A) 10 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16



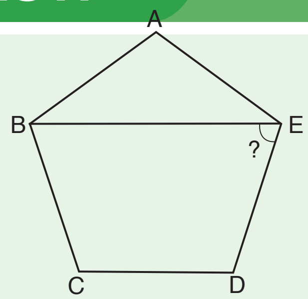
2. Yukarıda beşgen ile ilgili verilenlere göre, a açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 63 **B)** 78 **C)** 87 **D)** 95 **E)** 100

Bir altıgenin iç açılarından iki tanesinin ölçüsü 82° olup diğer dört dış açısı eşit ölçüdedir.

3. Buna göre, bu altıgenin eşit dört dış açısından biri kaç derecedir?

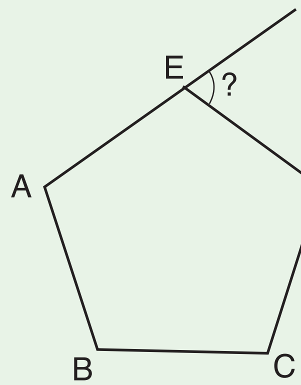
A) 35 **B)** 41 **C)** 56 **D)** 68 **E)** 72



Yukarıdaki şekilde ABCDE bir düzgün beşgendir.

4. Buna göre, BED açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 36 **B)** 72 **C)** 90 **D)** 108 **E)** 144



5. Şekilde verilen düzgün beşgenin bir dış açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 36 **B)** 54 **C)** 72 **D)** 108 **E)** 110

Cevap Anahtarı

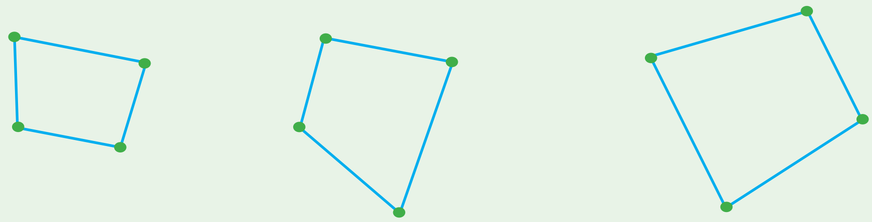
1)D **2)**D **3)**B **4)**B **5)**C

NOTLAR

NOTLAR

DÖRTGENLER

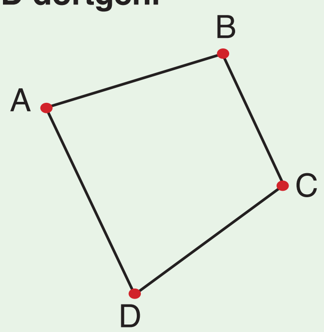
Aynı düzlemde ardışık üç tanesi doğrusal olmayan en az üç noktanın doğru parçaları ile birleşmesi sonucu oluşan kapalı şekillere çokgen denir.



Ardışık doğrusal olmayan dört noktanın doğru parçaları ile birleştirilmesi sonucunda oluşan çokgene **dörtgen** denir.

Dörtgenin Köşe Noktaları Ve Kenarları

ABCD dörtgeni

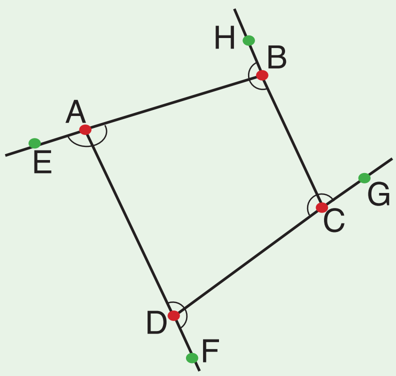


ABCD dörtgeninde ;

A, B, C ve D noktaları dörtgenin köşeleri,

[AB], [BC], [CD] ve [AD] doğru parçaları dörtgenin kenarlarıdır.

ABCD dörtgeni



ABCD dörtgeninin iç açıları:
$\widehat{A} \cong \widehat{BAD}, \widehat{B} \cong \widehat{ABC}, \widehat{C} \cong \widehat{BCD}, \widehat{D} \cong \widehat{CDA}$

ABCD dörtgeninin dış açıları:
$\widehat{EAD}, \widehat{HBA}, \widehat{GCB}, \widehat{FDC}$

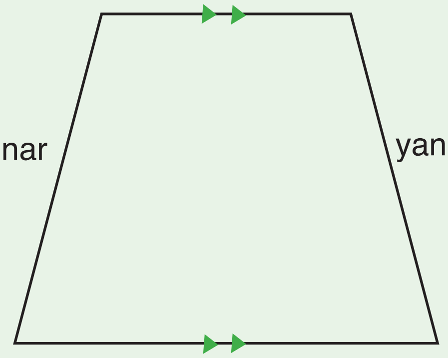
Dörtgeni oluşturan doğru parçalarının kesişimiyle oluşan açılardan dörtgenin iç bölgesinde kalanlara **dörtgenin iç açıları** denir.

Dörtgeni oluşuran doğru parçalarının kesişimiyle oluşan açılardan dörtgenin dış bölgesinde kalanlara **dörtgenin dış açıları** denir.

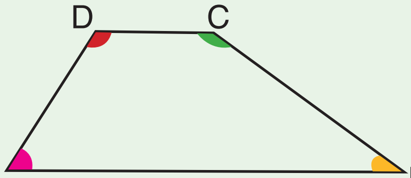
ÖZEL DÖRTGENLER

YAMUK

Yanlızca iki kenarı paralel olan dörtgenlerdir.



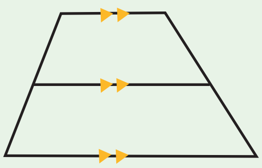
Yamuğun Özellikleri



$m(\widehat{D}) = 132^\circ$
$+ \; m(\widehat{A}) = 48^\circ$
$m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180^\circ$

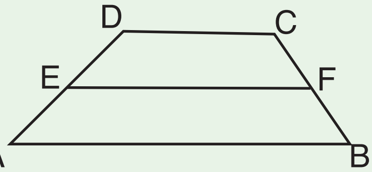
$m(\widehat{C}) = 156^\circ$
$+ \; m(\widehat{B}) = 24^\circ$
$m(\widehat{C}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$

Aynı yan kenar üzerindeki iki komşu açı bütünlerdir.
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ olduğuna göre $\widehat{A}$ ile $\widehat{D}$ açıları ve $\widehat{B}$ ile $\widehat{C}$ açıları bütünlerdir.



Yamuklarda paralel olamayan kenarların orta noktaları birleştirilerek oluşturulan doğru parçası yamuğun medyanı yani orta tabanıdır. Medyan tabanlara paraleldir.

Yamuğun medyanı tabanlarına paraleldir.

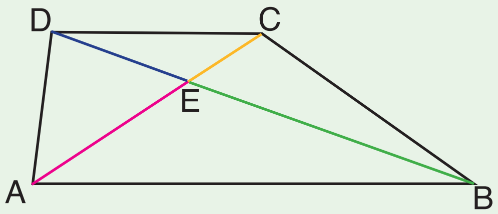


Yamuğun medyanı taban uzunlukları toplamının yarısıdır. Şekilde $\overline{EF}$ yamuğun medyanıdır.

$|DC|=8$ $|AB|=18$ $|EF|=13$

$$|EF| = \frac{|DC| + |EF|}{2}$$

Köşegenler birbirini aynı oranda böler.



Yandaki şekilde köşegenlerin birbirini aynı oranda ortaladıklarını görebiliriz. Paralellikten dolayı DEC üçgeni ile BEA üçgeni benzeridir.

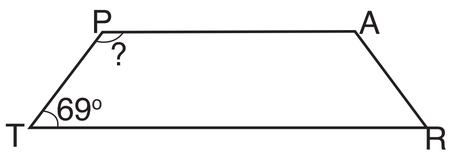
$|DE|=7 \quad |EB|=14 \quad |CE|=6 \quad |EA|=12$

$\frac{|DE|}{|EB|}=\frac{7}{14} \qquad \frac{|CE|}{|EA|}=\frac{6}{12}$

$\frac{|DE|}{|EB|}=\frac{|CE|}{|EA|}=\frac{1}{2}$

Köşegenler birbirini aynı oranda böler.

ÖRNEK



TRAP bir yamuktur.

$m(\widehat{T}) = 69^\circ$

$m(\widehat{P}) = ?$

Çözüm:

$m(\widehat{T})$ ve $m(\widehat{P})$ bütünlerdir.

$m(\widehat{T}) + m(\widehat{P}) = 180^\circ$

$m(\widehat{P}) = 111^\circ$

ÖRNEK

Medyan uzunluğuyla alakalı özelliği kullanalım

STUV bir yamuktur.

$|UV| = 6$ birim

$|ST| = 10$ birim

$|YZ| = ?$

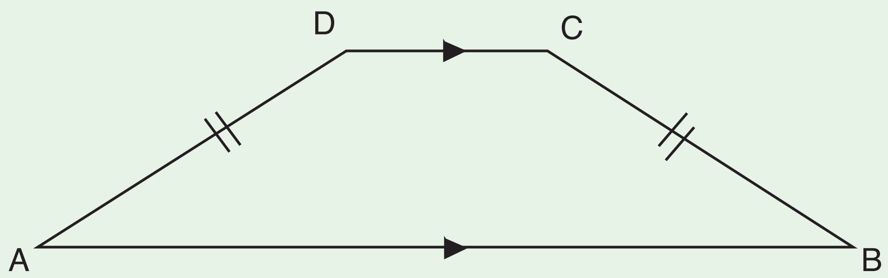
Çözüm:

$|YZ| = \frac{|UV| + |ST|}{2}$

$|YZ| = \frac{6+10}{2}$ $\qquad |YZ| = 8$ birim

İkizkenar Yamuk

Paralel olmayan kenarları eş olan yamuktur. İkizkenar yamukta aynı tabanın açıları biribirine eşittir. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$

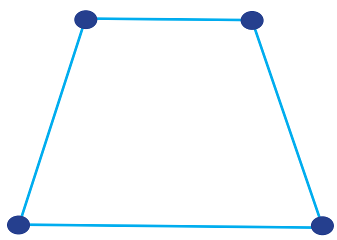


Yamuksal Bölgenin Alanı

Yamuksal bölgenin alanı bulunurken tabanlar toplamının yükseklik ile çarpımının yarısı alınır.

$$\text{Yamuksal bölgenin alanı} = \frac{\text{(Alt taban+üst tabanx Yükseklik}}{2}$$

ÖRNEK



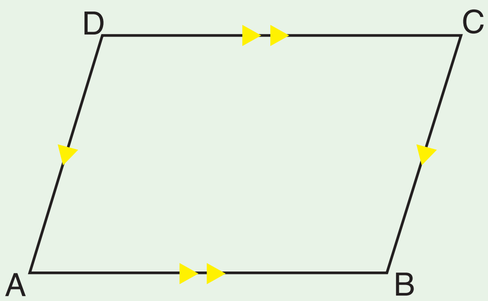
Şekildeki yamuğun üst taban uzunluğu yani a= 5 br, alt taban uzunluğu yani b=9 br ve yükseklik olan h = 6 br olup yamuğun alanı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{Alan} = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$$

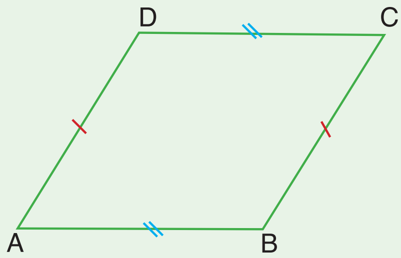
$$= \frac{1}{2} \cdot (5m + 9m) \cdot 6m$$

$$= 42\ m^2$$

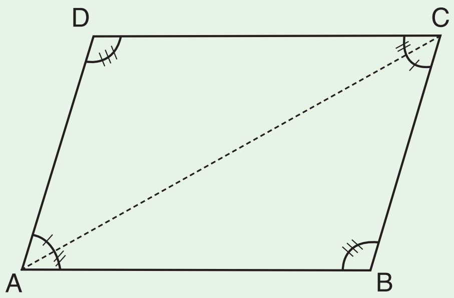
Paralelkenar



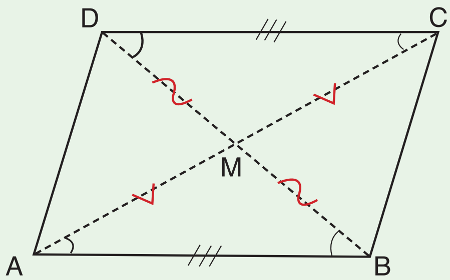
Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene paralelkenar denir.



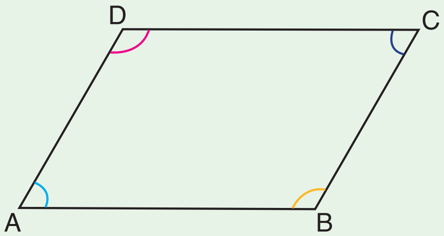
Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.



Karşılıklı açılar yani $\hat{A}$ ile $\hat{C}$ ve $\hat{B}$ ile $\hat{D}$ eştir.



Köşegenler birbirini ortalar.



Paralelkenarda ardışık açılar bütünlerdir.

$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$

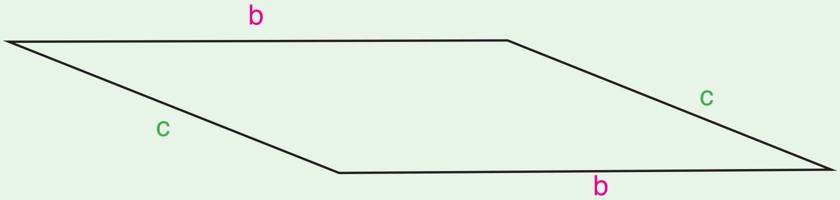
$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{DCB}) = 180^\circ$

$m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$

$m(\widehat{CBA}) + m(\widehat{DAB}) = 180^\circ$

Paralelkenarsal Bölgenin Çevre ve Alan Bağıntısı

Paralelkenarın Çevresi

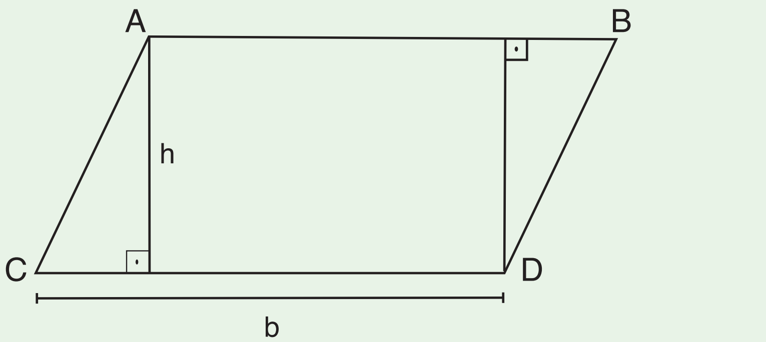


Kenar uzunlukları b ve c olan paralel kenarın çevresi:

$$Ç = b + c + b + c$$
$$= b + b + c + c$$
$$Ç = 2\,(b + c)$$

Paralelkenarsal Bölgenin Alanı

İki taban arasındaki en kısa mesafe, paralel kenarın yüksekliğidir.



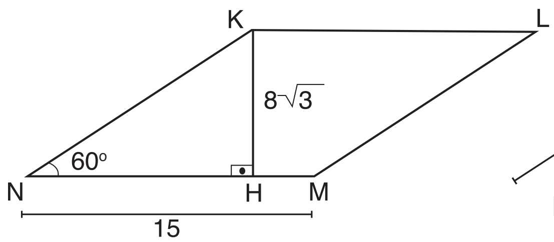
Genişliği b ve uzunluğu h olan paralelkenarsal bölgenin alanı:

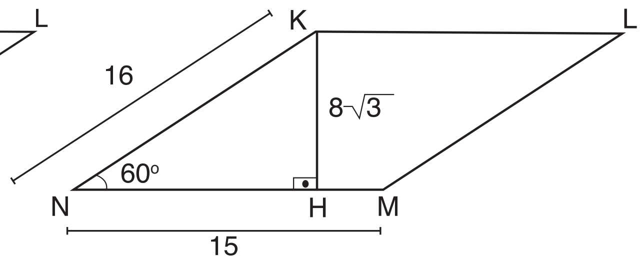
$$A\,(ABCD) = b \cdot h$$

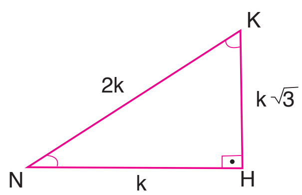
ÖRNEK

Şekilde verilen paralelkenarın uzunluğunu bulalım.

Paralelkenarın bir kenar uzunluğu 15 br olup diğer kenar uzunluğu verilmemiştir. Bunun için özel üçgenlerden faydalanacağız ve IKNI uzunluğu bulacağız.

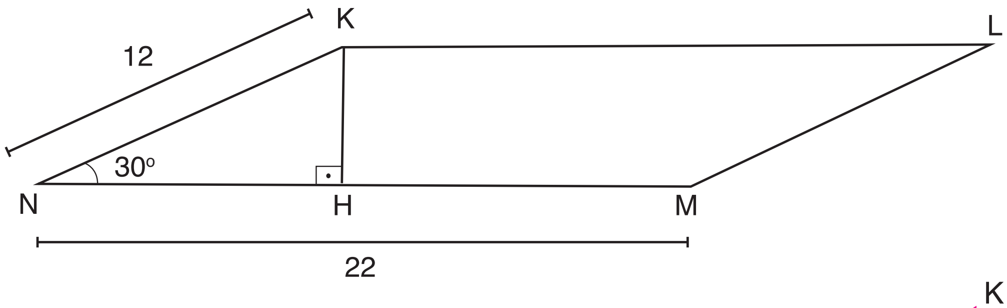


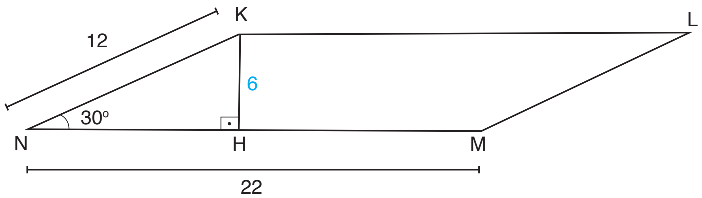


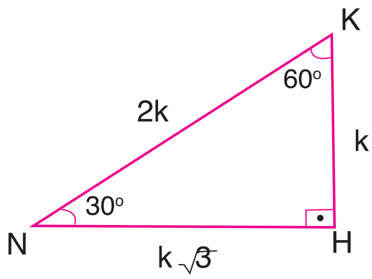


$$Ç = 2\,(b + c)$$
$$= 2\,(15 + 16) = 62 \text{ birim}$$

ÖRNEK







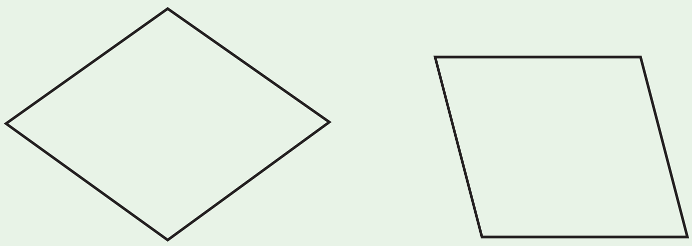
A(KLMN) = b.h

= 6 birim . 22 birim

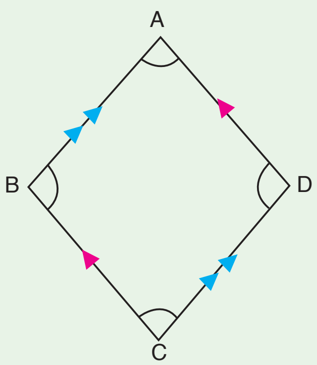
= 132 birim^2

EŞKENAR DÖRTGEN

Eşkenar Dörtgen: Dört eş kenarı olan bir dörtgendir.



Kenar uzunlukları eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir.



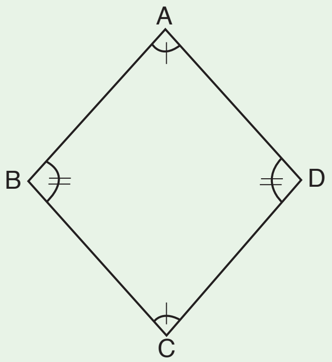
$m(\widehat{BDC}) + m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{DAB}) = 180^\circ$

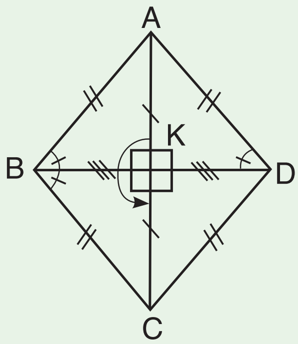
$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{CDA}) = 180^\circ$

$m(\widehat{CDA}) + m(\widehat{BCD}) = 180^\circ$

Eşkenar dörtgende ardışık açılar bütünlerdir.



Herhangi bir eşkenar dörtgende karşılıklı açılar eştir.

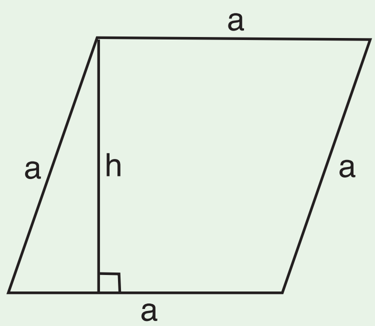


Herhangi bir eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik keser.

$m(\widehat{AKB}) + m(\widehat{BKC}) = 180^{\circ}$

Eşkenar Dörtgensel Bölgenin Çevre ve Alan Bağıntısı

Eşkenar dörtgen: Kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgenlerdir.



Eşkenar Dörtgenin Çevresi

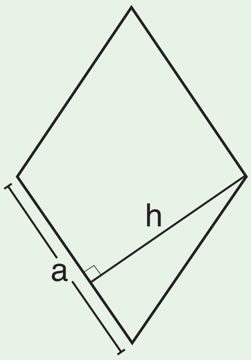
Kenar uzunluğu a olan bir eşkenar dörtgenin çevresi: $Ç = a + a + a + a$

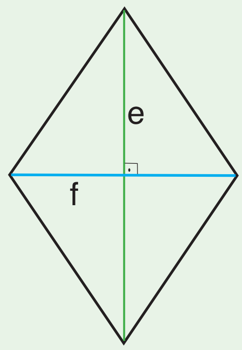
$Ç = 4a$

Eşkenar Dörtgensel Bölgenin Alanı

Tabanı b ve yüksekliği h olan paralelkenarsal bölgenin alanı: $A = b.h$

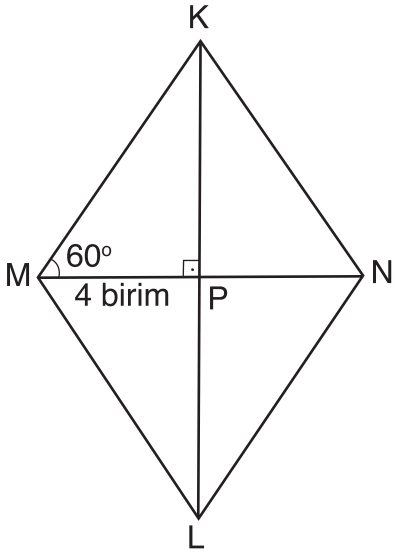
Tabanı a ve yüksekliği h olan eşkenar dörtgensel bölgenin alanı: $A = a.h$

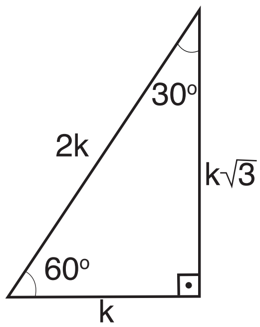




Eşkenar dörtgenin alanını herhangi bir kenar ile o kenara ait yüksekliğin çarpımı ile ya da köşegen uzunluklarının çarpımının yarısını hesaplayarak da bulabiliriz.

ÖRNEK





$|KP| = 4\sqrt{3}$ birim

$|KL| = e = 8\sqrt{3}$

$|MN| = f = 8$ birim

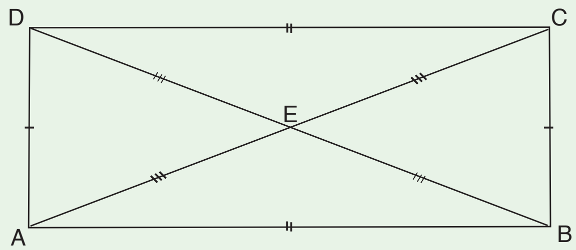
$$A = \frac{e.f}{2}$$

$$= \frac{8.\,8\sqrt{3}}{2}$$

$= 32\sqrt{3}$ birim²

Alan: $32\sqrt{3}$ birim²

Dikdörtgenin Kenar, Açı ve Köşegen Özellikleri

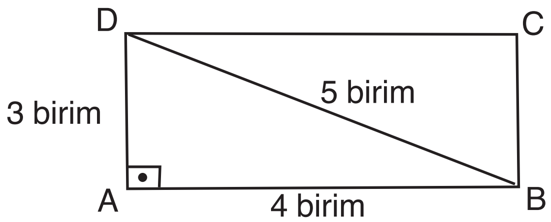


ABCD dikdörtgeninin sahip olduğu özellikleri sıralayalım:

- Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve paraleldir.
- Köşegenler birbirini ortalar.
- Tüm iç açılarının ölçüleri toplamı 360°'dir.
- Çevre uzunluğu hesaplanırken kenar uzunluklarının toplamı bulunur.
- Dikdörtgensel bölgenin alanı hesaplanırken kısa kenar uzunluğu ile uzun kenar uzunluğu çarpılır.

ÖRNEK

Alan ya da çevre hesaplarında kenar uzunluklarını bilmemiz gerekir. Bazen kenar uzunluklarını doğrudan verilmeyebilir.



Ç = 14 birim   A= 12 birim^2

Pisagor Teoremi:

$c^2 = a^2 + b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 5^2 - 4^2$

b = 3 birim

ABCD'nin çevresi

Ç = 2 (3 birim + 4 birim)

Ç = 14 birim

ABCD'nin alanı:

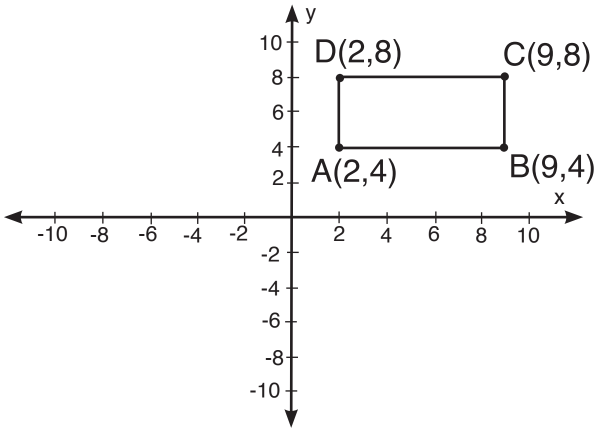
A = 3 birim . 4 birim

A= 12 birim^2

Dikdörtgensel bölge koordinat düzlemi üzerinde verilip çevre ve alan değerlerini bulmamız istenirse köşe noktalarının koordinatları kullanılır. İki nokta arasındaki uzaklık formülü ile kenarlar arasındaki değerler bulunup istenilene ulaşılır.

ÖRNEK

IABI = IDCI ve IADI = IBCI



P(x^1, y^1) ve R(x^2, y^2) noktaları arasındaki uzaklık

$\text{ı} = \sqrt{(y^2-y^1)^2 + (x^2-x^1)^2}$

IABI = $(4-4)^2 + (9-2)^2$

IABI = 7 birim

IADI = $(2-2)^2 + (8-4)^2$

IADI = 4 birim

ABCD'nin Çevresi

Ç = 2(7 birim + 4 birim)

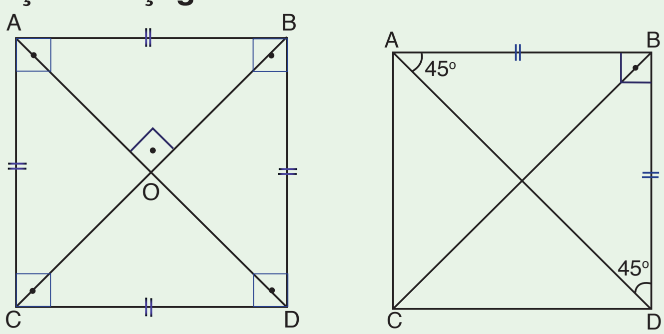
Ç = 22 birim

ABCD'nin Alanı

A = 7 birim. 4 birim

A= 28 birim^2

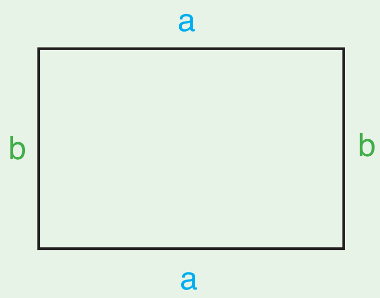
Karenin Kenar, Açı ve Köşegen Özellikleri



ABCD karesinin sağladığı özellikleri inceleyelim.

- Karenin tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.
- Karenin tüm iç açılarının ölçüleri eşit ve 90° 'dir.
- Köşegenler birbirini dik keser.
- Karesel bölgenin çevre uzunluğu hesaplanırken kenar uzunluklarının toplamı, alanı bulunurken iki kenarının çarpımı bulunur.

Dikdörtgenin Çevresi

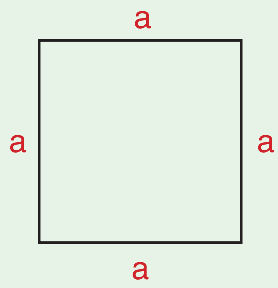


Ç = IBDI + IDCI + IEDI + IEBI

Ç = a + b + a + b

Ç = 2 (a + b)

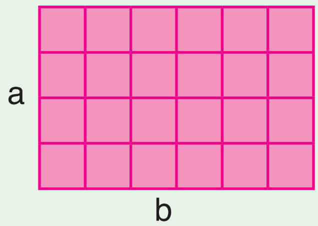
Karenin Çevresi



Ç = a + a + a + a

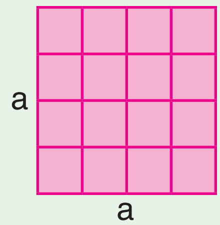
Ç = 4a

Dikdörtgensel Bölgenin Alanı



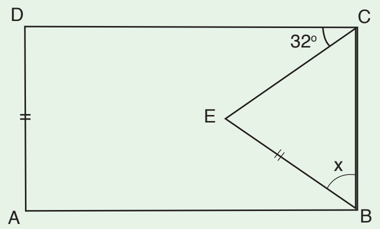
A = a.b

Karesel Bölgenin Alanı



A = a.a

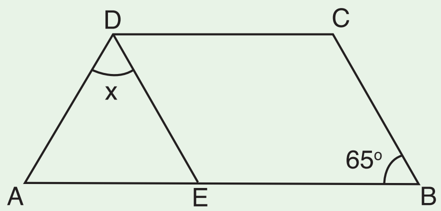
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıdaki şekilde ABCD dikdörtgen |DA| = |EB| ve m($\widehat{DAC}$) =32°'dir

1. Buna göre, m($\widehat{EBC}$) = x kaçtır?

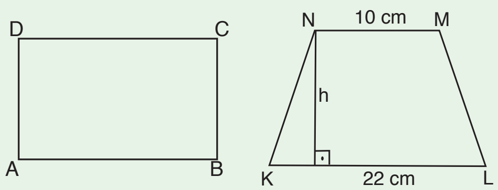
A) 54 **B)** 64 **C)** 78 **D)** 80 **E)** 88



Yukarıdaki şekilde ABCD yamuk, EBCD paralelkenar, |CB| = |AE| m($\widehat{CBE}$)=65°'dir.

2. Buna göre, m($\widehat{ADE}$) = x kaçtır?

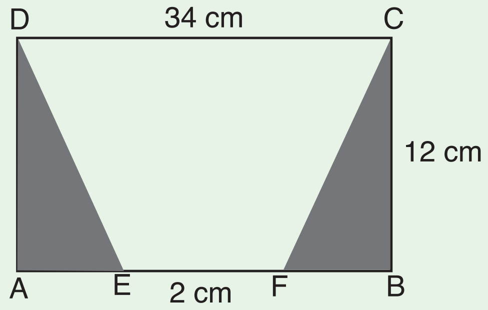
A) 84 **B)** 64 **C)** 64,5 **D)** 57,5 **E)** 80



Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninin ve KLMN yamuğunun alanları eşittir. |AB|=20 cm, |CB|=8 cm, |KL|= 22 cm ve |NM|=10 cm'dir.

3. Buna göre, h kaç cm'dir?

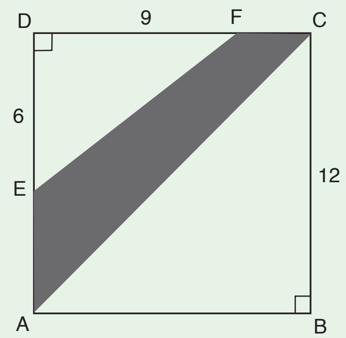
A) 8 **B)** 14 **C)** 10 **D)** 16 **E)** 18



Yukarıdaki şekilde ABCD dikdörtgen ve EFDC yamuktur.

4. Buna göre taralı alan kaç cm²'dir?

A) 124 **B)** 148 **C)** 168 **D)** 186 **E)** 192



5. Yukarıdaki şekilde ABCD karesel bölgesinde taralı alan kaç br²'dir?

A) 56 **B)** 45 **C)** 33 **D)** 25 **E)** 20

Cevap Anahtarı

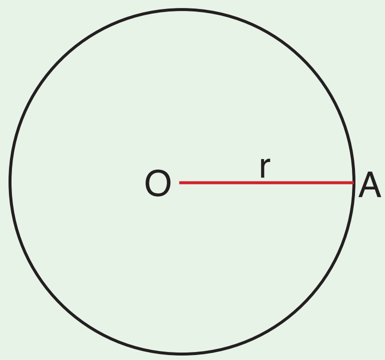
1)B **2)**D **3)**C **4)**E **5)**B

NOTLAR

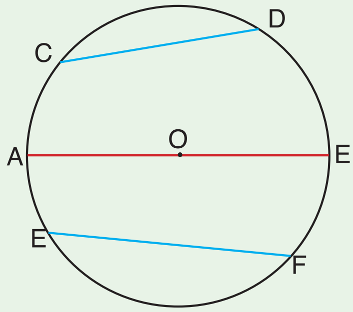
ÇEMBERLER

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

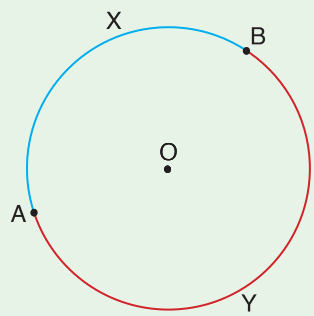
Düzlemdeki sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine **çember** denir. Sabit olan noktaya **çemberin merkezi (O) denir**. Çemberin üzerindeki herhangi bir noktayı merkezle birleştiren doğru parçasına çemberin **yarıçapı** denir. Merkez ve yarıçap çemberin temel elemanlarıdır.



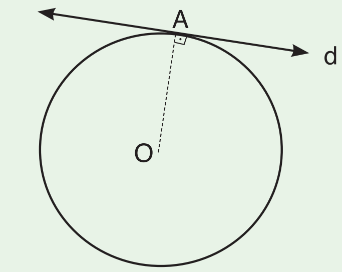
O merkezli çemberin üzerinde alınacak tüm A noktaları için [OA] çemberin yarıçapı olur. Bir çemberin çizilebilmesi için merkezinin ve yarıçapının bilinmesi yeterlidir. O merkezli ve yarıçap uzunluğu r olan çember Ç(O, r) şeklinde gösterilir.



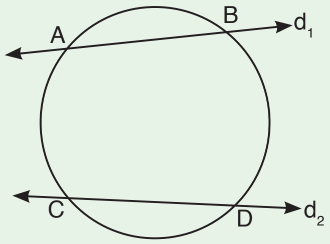
Çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçasına çemberin bir **kirişi,** merkezden geçen kirişe çemberin **çapı** denir. Yandaki şekilde [CD] ve [EF] çemberin birer kirişidir.
[AB] çemberin merkezinden geçtiği için çemberin bir çapıdır, aynı zamanda bu çemberin en uzun kirişidir ve çemberi iki eş parçaya ayırır.



Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin bir yayı denir. Bir yay, iki uç noktası ile bunların arasındaki üçüncü bir nokta ile belirlenir. Şekildeki iki yay $\overset{\frown}{AXB}$ ve $\overset{\frown}{AYB}$ biçiminde gösterilir. bununla beraber küçük olan yay $\overset{\frown}{AXB}$ için $\overset{\frown}{AB}$ gösterimi kullanılabilir.

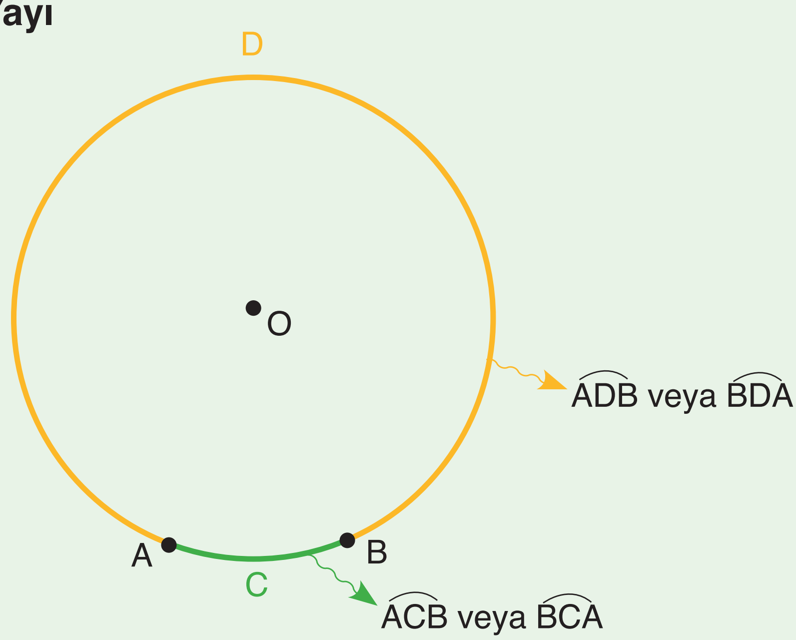


Çember ile yalnız bir ortak noktası bulunan doğruya **çemberin bir teğeti** denir.
Şekildeki çember ile d doğrusunun ortak noktası (A),teğetin değme noktasıdır.
Çemberin merkezi ile teğetin değme noktasını birleştiren doğru, teğete diktir.



Çemberin farklı iki noktada kesen doğruya çemberin keseni denir. Yandaki şekilde d_1 ve d_2 doğruları çemberi iki farklı noktada kestiğinden bu doğrular çemberin kesenleridir.

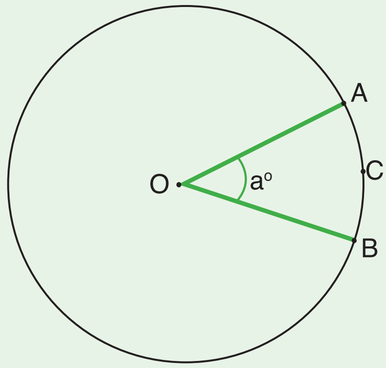
Çember Yayı



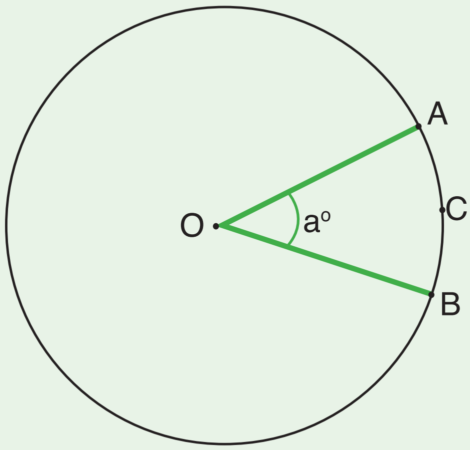
Çemberin iki noktası arasında kalan parçaya çember (çember parçası) denir.

Merkez Açı

Çemberin merkezinden çıkan iki ışının oluşturduğu açıya **merkez açı** denir. Merkez açının kolları arasında kalan yaya da **merkez açının gördüğü yay** denir. O merkezli çemberde $\widehat{BOA}$ **merkez açı** ve $\overparen{BOA}$ bu **merkez açının gördüğü yaydır**.



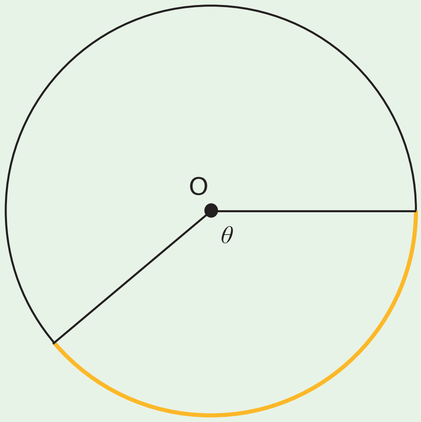
Çember yayının a° lik yayını gören merkez açısının ölçüsü a° derecedir. Merkez açının gördüğü yayın ölçüsü, merkez açının ölçüsüne eşittir.



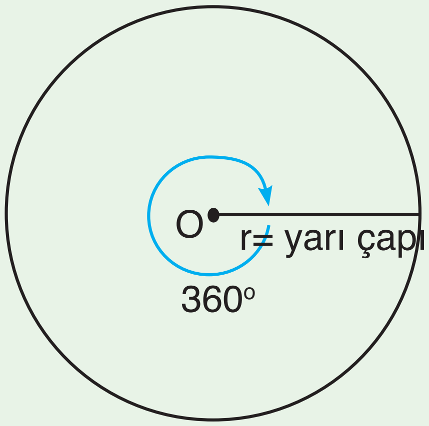
Çevre Açı

Köşesi çemberin üzerinde olan ve kenarları çemberi kesen açıya çemberin bir **çevre açı**sı denir.

Çember Parçasının Uzunluğu

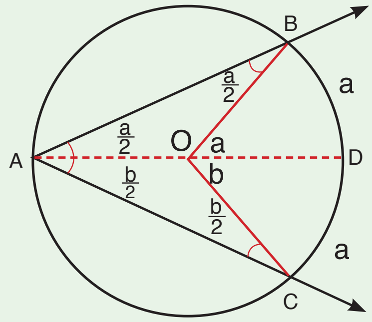


Yay, çemberin bir parçası veya bölümüdür.

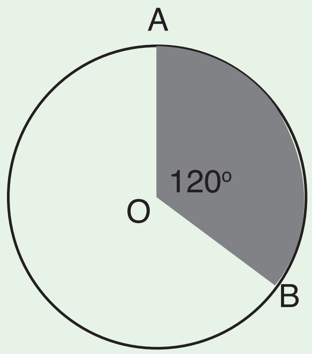


360°'ye karşılık gelen yay uzunluğu = 2 π r
θ 'ya karşılık gelen yay uzunluğu = x cm
$\frac{360^\circ}{\theta} = \frac{2\pi r}{x \text{ cm}}$ $\quad$ $x = \frac{\theta \cdot 2\pi r}{360^\circ}$

Bir çemberde çevre açının ölçüsü, bu açının gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



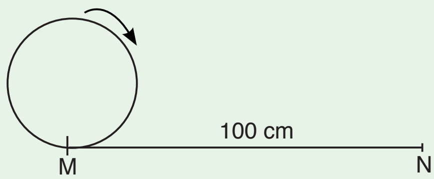
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıdaki O merkezli $m(\widehat{AOB}) = 120°$ ve IBOI = 3 cm'dir.

1. Buna göre, taralı bölgenin çevresi kaç cm'dir? (π yerine 3 alınız.)

A) 15 **B)** 14 **C)** 13 **D)** 12 **E)** 11



Şeklinde yarıçapı 16 cm olan çember şeklinde bir tekerlek verilmiştir.

2. Tekerlek M noktasından başlayarak 1 tam tur döndüğünde N noktası ile arasında kaç cm kalır? (π yerine 3 alınız.)

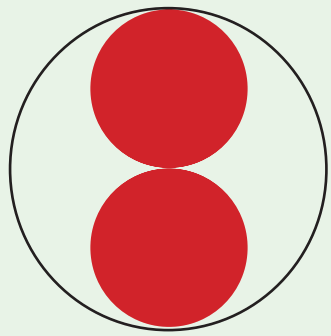
A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3 **E)** 2

3. Çevre uzunluğu 96 cm olan bir dairenin alanı kaç cm² dir?

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3 **E)** 2

4. Yarıçapı 10 cm olan bir çemberde 12π cm uzunluğundaki yayın gördüğü merkez açı kaç derecedir?

A) 156 **B)** 209 **C)** 216 **D)** 300 **E)** 360



Yukarıda verilen şekilde, kırmızı eş daireler birbirine ve büyük daireye bir noktada değmektedir. Eş dairelerden birinin yarıçapı 3 cm'dir.

5. Kırmızı eş daireler kesilip atıldığında kalan beyaz bölgenin alanı kaç cm² olur? (π yerine 3 alınız.)

A) 54 **B)** 45 **C)** 33 **D)** 25 **E)** 20

Cevap Anahtarı

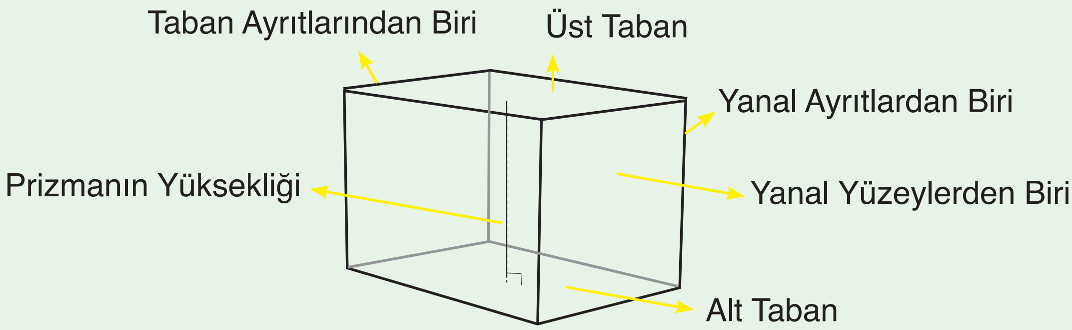
1)D 2)C 3)C 4)C 5)A

NOTLAR

PRİZMALAR

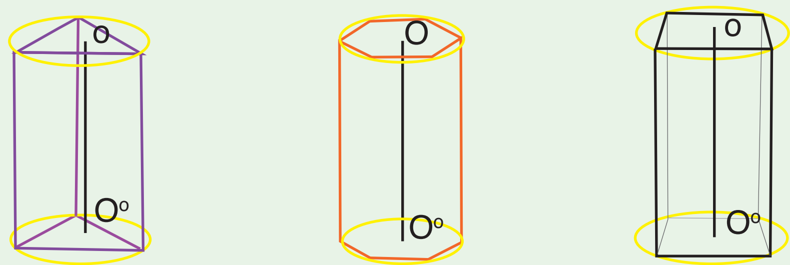
Tabanları herhangi bir çokgensel bölge olan ve yanal yüzeyleri dikdörtgensel bölgelerden meydana gelen cisimlere prizma denir.

Prizmanın Temel Elemanları



Prizmanın bir tabanının kenar sayısı kadar yanal yüzü vardır.

Düzgün Dik Prizmalar



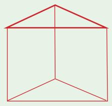
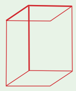
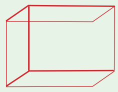
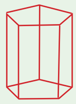
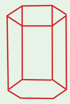
Eşkenar üçgen dik prizma | Düzgün altıgen dik prizma | Kare dik prizma

Tabanları düzgün çokgenler olan dik prizmaya düzgün prizma denir.

Düzgün pirizmaların yan yüzleri birbirine eş dikdörtgenler oluşur.

Düzgün prizmaların taban köşeleri bir çember üzerindedir.

Köşe, Yüz ve Ayrıt Sayıları Arasındaki İlişki

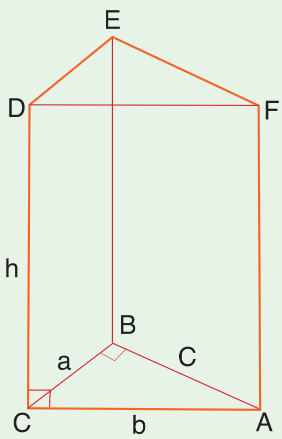
Prizma	 Üçgen Dik Prizma	 Kare Dik Prizma	 Dikdörgen Dik Prizma	 Beşgen Dik Prizma	 Altıgen Dik Prizma
Köşe sayısı (V)	6	8	8	10	12
Yüz sayısı (F)	5	6	6	7	8
Ayrıt sayısı (E)	9	12	12	15	18
V+ F- E	6 + 5 - 9= 2	8 + 6 - 12 =2	8 + 6 - 12=2	10 + 7 - 15 =2	12 + 8 - 18=2

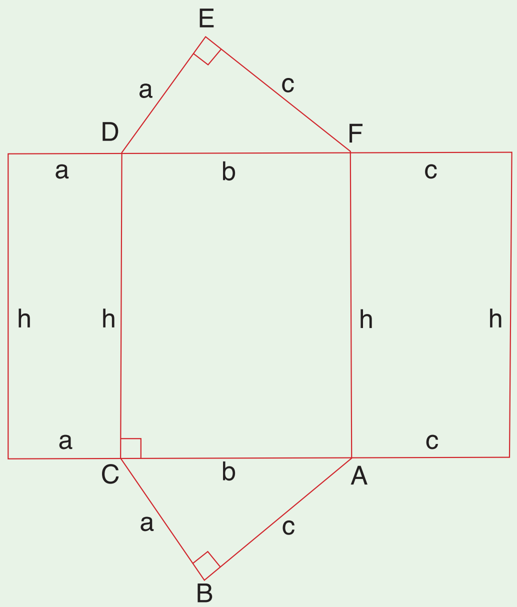
Köşe Sayısı + Yüz sayısı + Ayrıt Sayısı = 2

$$V + F - E = 2$$

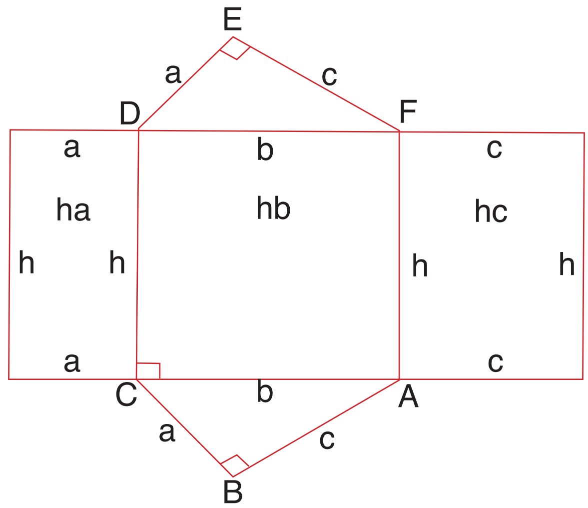
DİK PRİZMALARIN YÜZEY ALANLAR

1) Üçgen Dik Prizmanın Yüzey Alanı





ÖRNEK



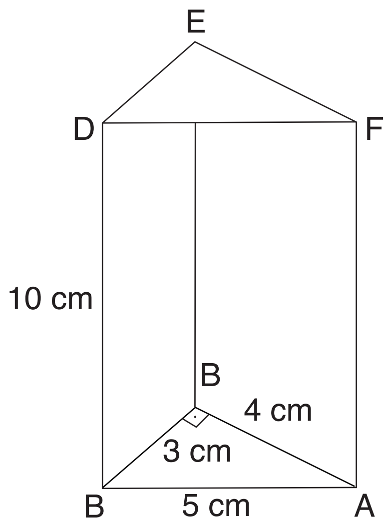
Yanal Alan = ha + hb + hc

h(a + b + c)

Taban Alanı = $\frac{a.c}{2}$

Yüzey Alan = 2 (Taban Alanı) + Yanal Alan

ÖRNEK



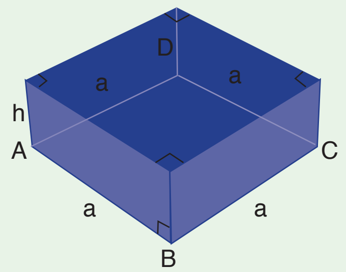
Yüzey Alanı = 2(Taban Alanı) + Yanal Alan

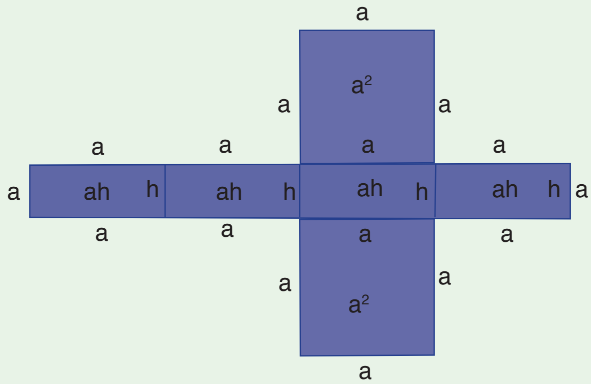
Yüzey Alanı = 2.6 cm^2 + 10 (3 cm + 4 cm + 5 cm)

= 132 cm^2

Kare Dik Prizmanın Yüzey Alanı

Kare prizmanın yüzey alanını nasıl hesaplarız?





Yanal Alan = 4ah

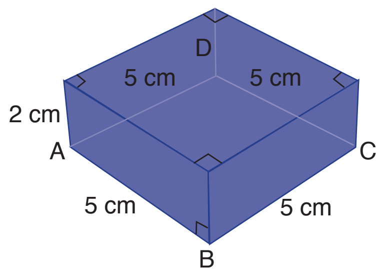
Taban Alan = a^2

Yüzey Alan = Yanal Alan + 2. Taban Alanı

= $4ah + 2a^2$

ÖRNEK

Kare dik prizmanın yüzey alanı nasıl hesaplanır?



Yanal Alan = 4ah

Taban Alanı = a^2

Yüzey Alanı = Yanal Alan + 2. Taban Alanı

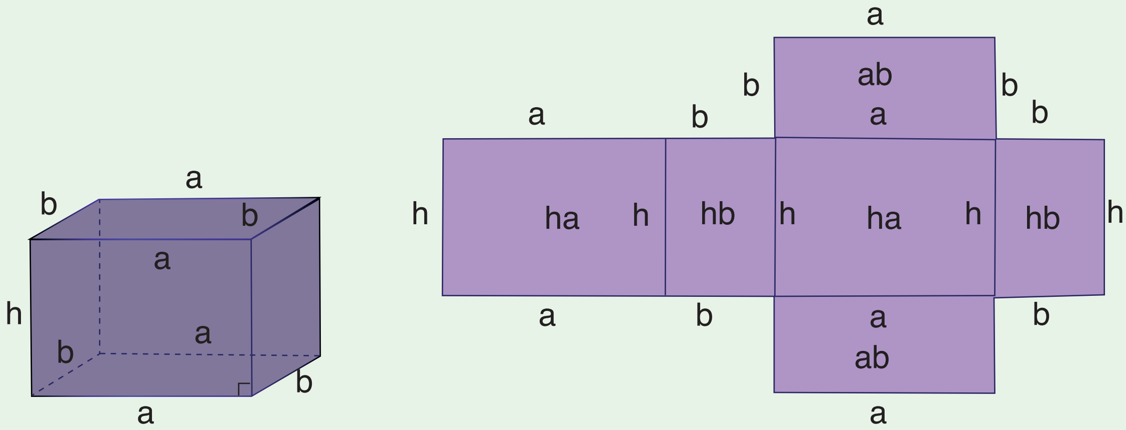
= $4ah + 2 . a^2$

= 4.5 cm . 2 cm + 2 . (5 cm)^2

= 40 cm^2 + 2 . 25 cm^2

= 90 cm^2

Dikdörtgen Dik Prizmanın Yüzey Alanı



Yanal Alan = 2 ha + 2hb

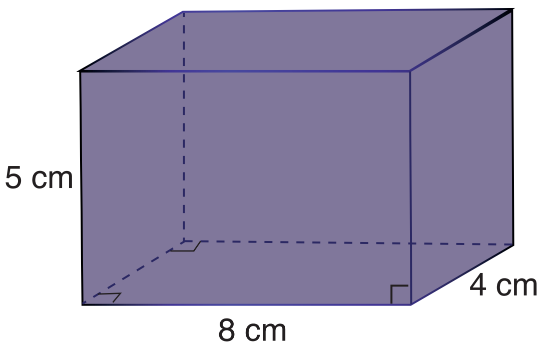
= h (2a + 2b)

Taban Alan = ab

Yüzey Alan = Yanal Alan + 2 . Taban Alanı

= h (2a + 2b) + 2 . ab

ÖRNEK



Yüzey Alan = Yanal Alan + 2 . Taban Alanı

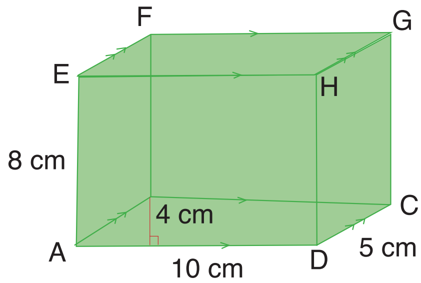
= h(2a+ 2b) + 2 . ab

= 5 cm (2.8 cm + 2. 4 cm) + 2 . 8 cm 4 cm

= 120 cm^2 + 2 . 32 cm^2

= 184 cm^2

ÖRNEK



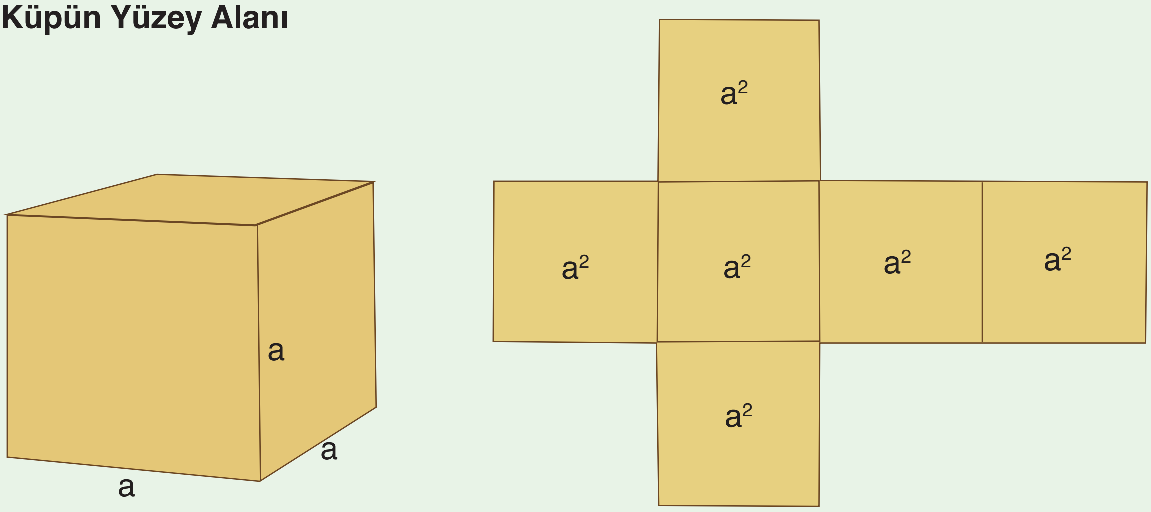
Yüzey Alanı= Yanal alan + 2 . Taban Alan

= h (2a + 2b) + 2ab

= 8 cm (2.5 cm + 2. 10 cm) + 2 .10 cm 4.cm

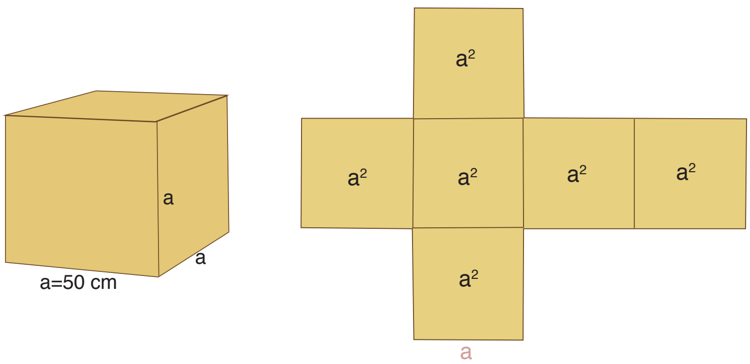
= 320 cm^2

Küpün Yüzey Alanı



Küpün Yüzey Alanı = 6a^2

ÖRNEK



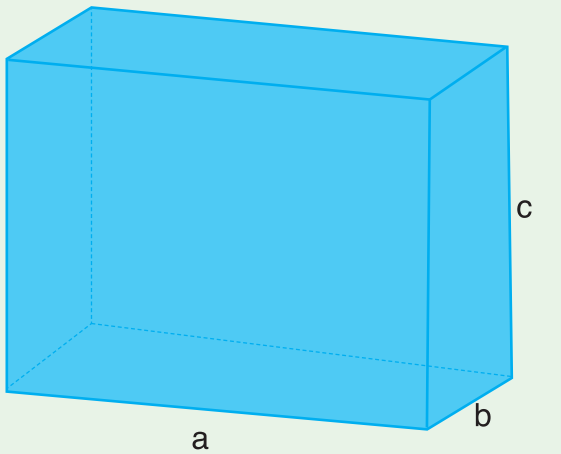
Yazıcı kutusunun yüzey alanı = 6 (50 cm)^2

= 6 . 2500 cm^2

= 15000 cm2 = 1,5 m^2

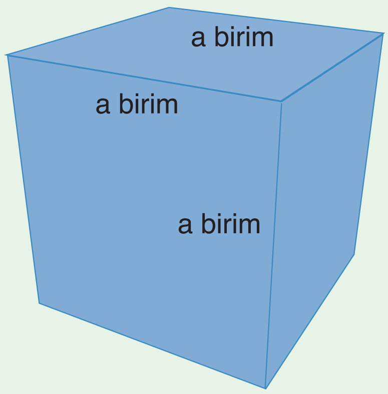
DİK PRİZMALARIN HACİMLERİ

1) Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi



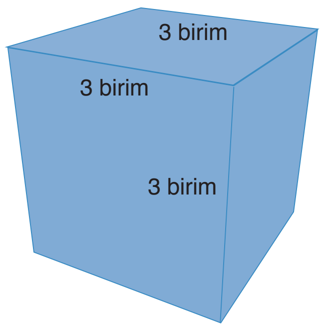
Hacim = V= a . b . c

2) Küpün Hacmi



Küp Hacmi = a x a x a = a^3 br^3

ÖRNEK

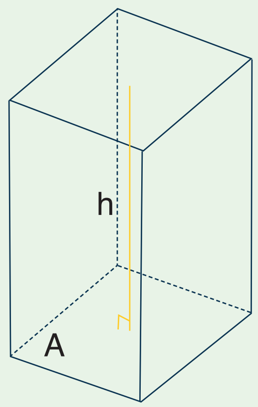


Küpün Hacmi = 3 x 3 x 3 = 27 cm^3

3) Kare Dik Prizmanın Hacmi

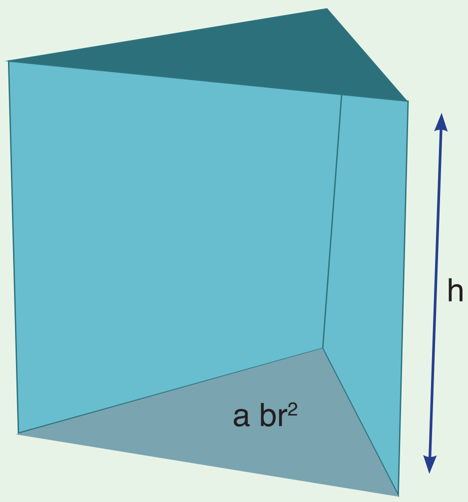
Kare Dik Prizmanın Hacmi = Taban Alanı . Yükseklik

= A.h

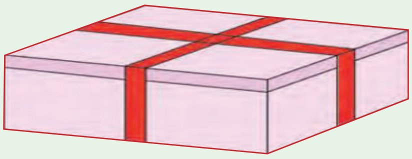


4) Üçgen Dik Prizmanın Hacmi

$V^1 = a.h \ br^3$

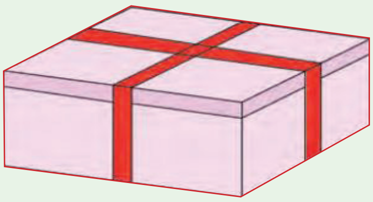


KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



1. Ayrıt uzunlukları 12 cm, 20 cm ve 30 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir hediye kutusunun yüzey alanı kaç cm²'dir?

A) 1200 **B)** 1800 **C)** 2400 **D)** 3000 **E)** 3600



2. Ayrıt uzunlukları 12 cm, 20 cm ve 30 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir hediye kutusunun hacmi kaç cm³'tür?

A) 4800
B) 5400
C) 6000
D) 6400
E) 7200

3. Taban alanı $24\sqrt{3}$ cm² ve yüksekliği 10 cm olan bir düzgün altıgen dik prizmanın hacmi kaç cm³'tür?

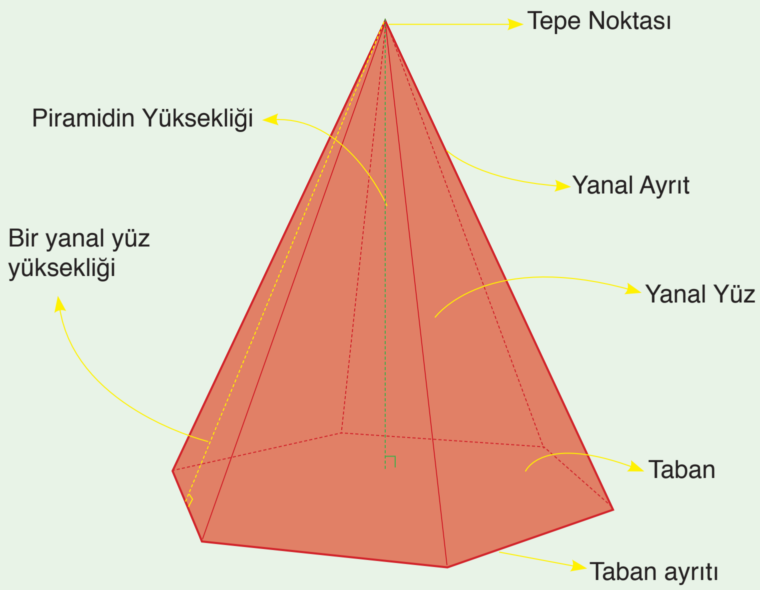
A) $72\sqrt{3}$ **B)** $108\sqrt{3}$ **C)** $180\sqrt{3}$ **D)** $240\sqrt{3}$ **E)** $360\sqrt{3}$

Cevap Anahtarı

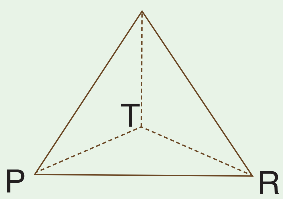
1)C **2)**E **3)**D

NOTLAR

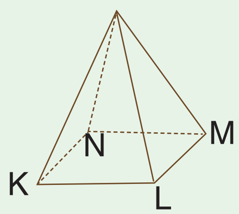
PİRAMİTLER



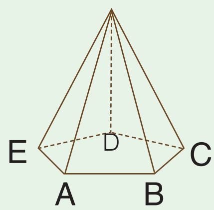
Piramitler tabanlarını oluşturan çokgenlere göre adlandırılır:



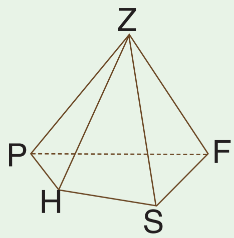
Üçgen Piramit



Kare Piramit

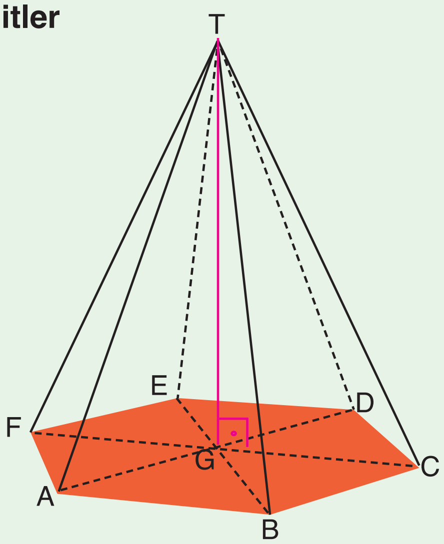


Beşgen piramit



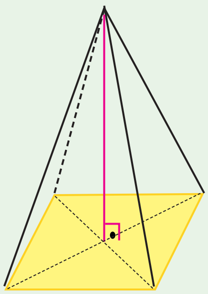
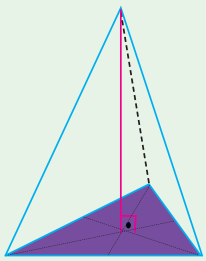
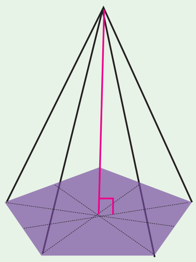
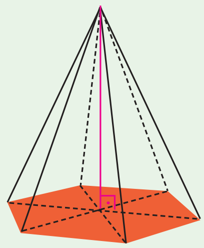
Yamuk piramit

Dik Piramitler



ABCDEF Altıgen Dik Piramit

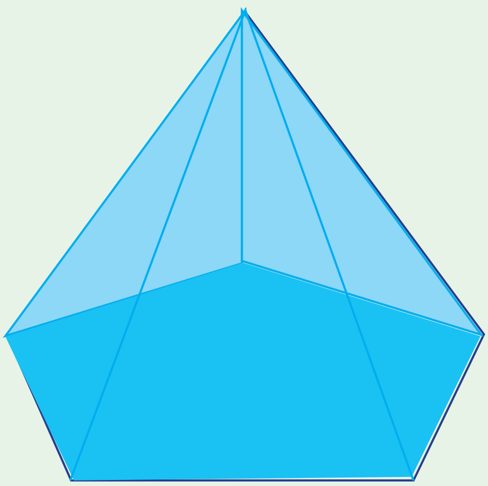
Tepe noktası ile ağırlık merkezinden geçen doğru taban düzleminde dik ise bu piramide **dik piramit** denir.

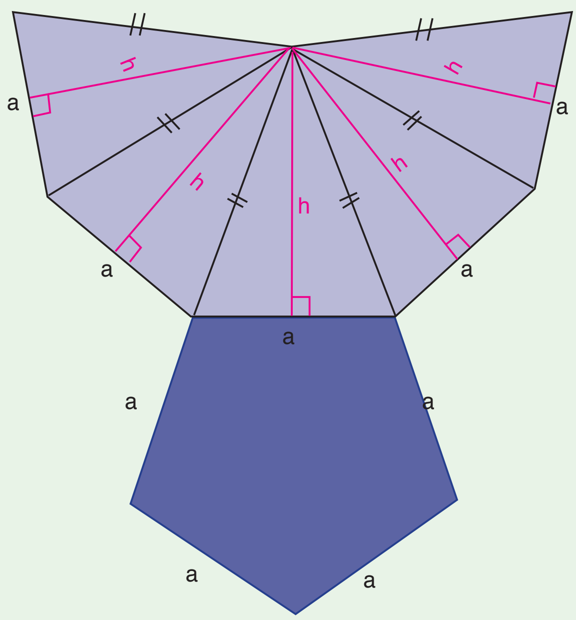
	 Kare Dik Piramit	 Üçgen Dik Piramit	 Beşgen Dik Piramit	 Altıgen Dik Piramit
Köşe Sayısı (V)	5	4	6	7
Yüz Sayısı (F)	5	4	6	7
Ayrıt sayısı (E)	8	6	10	12
V + F - E	5+5-8=2	4+4-6=2	6+6-10=12	7+7-12=2

Köşe Sayısı +Yüz Sayısı - Ayrıt Sayısı = 2

V + F - E = 2

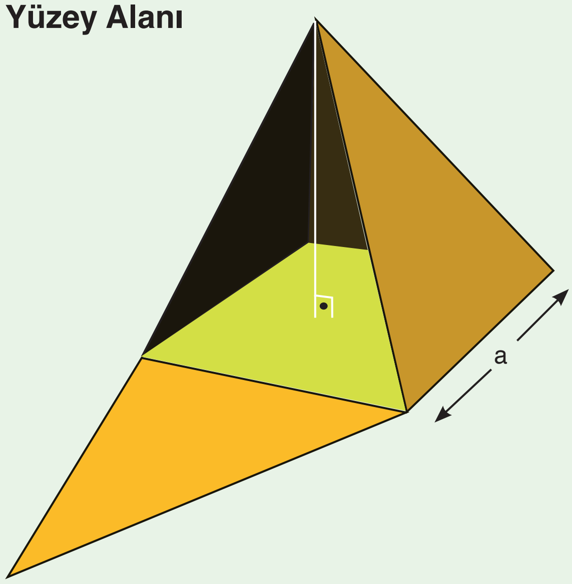
Düzgün Piramit



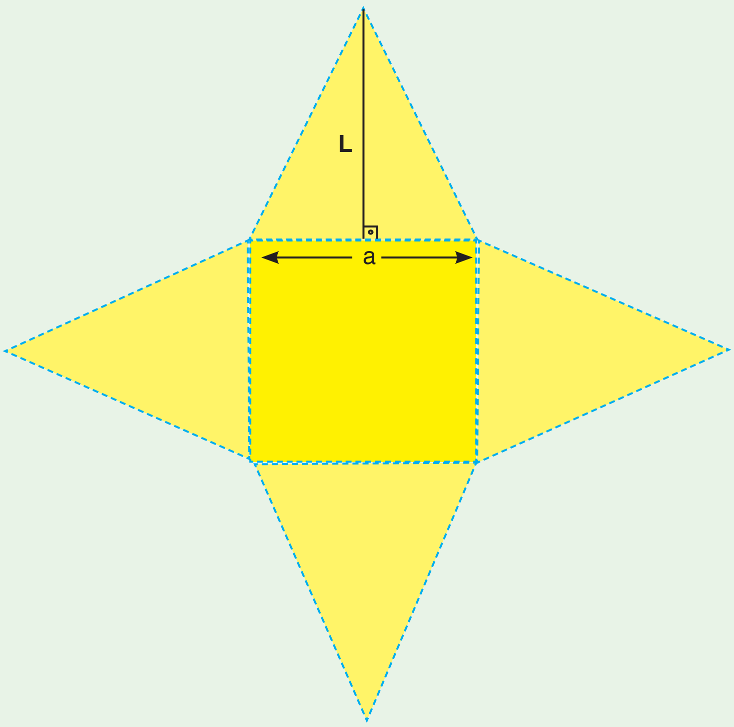


DİK PİRAMİTLERİN YÜZEY ALANLARI

Kare Dik Piramidin Yüzey Alanı



- Bir geometrik cismin yüzey alanı, o cismin tüm yüzeylerinin alanları toplamıdır.
- Bir geometrik cismin yan yüzeylerinin alanı taban dışındaki yüzeylerin alanıdır.



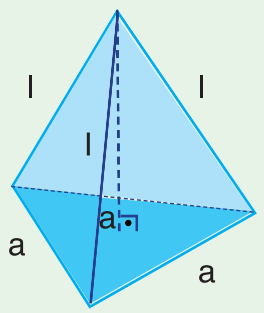
Yanal Alan = $4 \times (\frac{1}{2} a L)$

Taban alanı= a^2

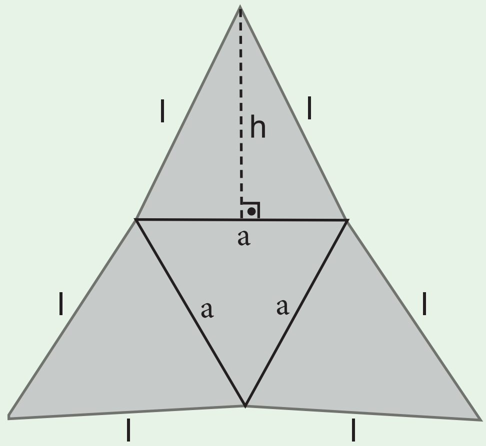
Kare Dik Piramidin Yüzey Alanı = Taban Alanı + Yanal Alan

$$= a^2 + 4 \times (\frac{1}{2} a L)$$

Eşkenar Üçgen Dik Piramidin Yüzey Alanı



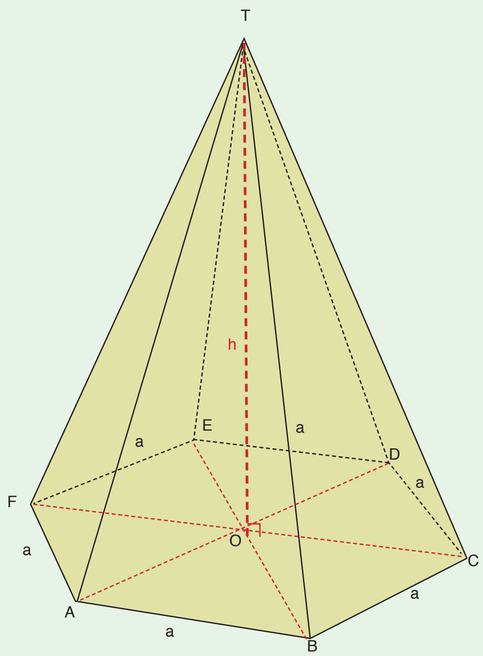
Eşkenar Üçgen Dik Piramit



Yüzey Alanı = Taban Alanı + Yanal Alan

Yüzey Alanı = $a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4} + 3(\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot h)$

Düzgün Altıgen Dik Piramidin Yüzey Alanı

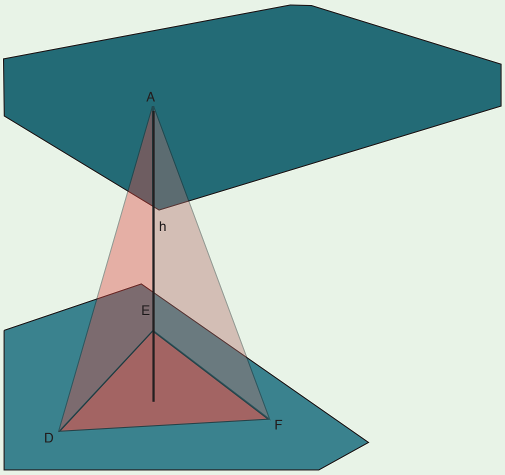


Yanal Alan = $6 \,.\, \dfrac{a \,.\, h_a}{2}$

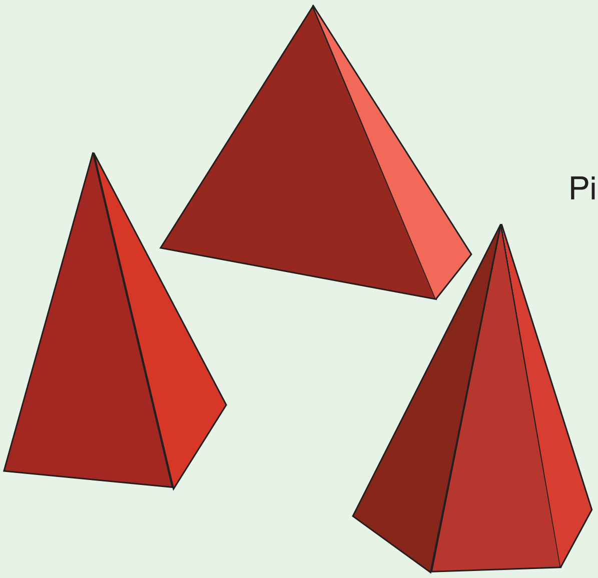
Taban Alanı = $6.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Yüzey Alan = Yanal Alan + Taban Alanı $=6.\dfrac{a \,.\, h_a}{2} + 6.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Dik Piramitlerin Hacimleri



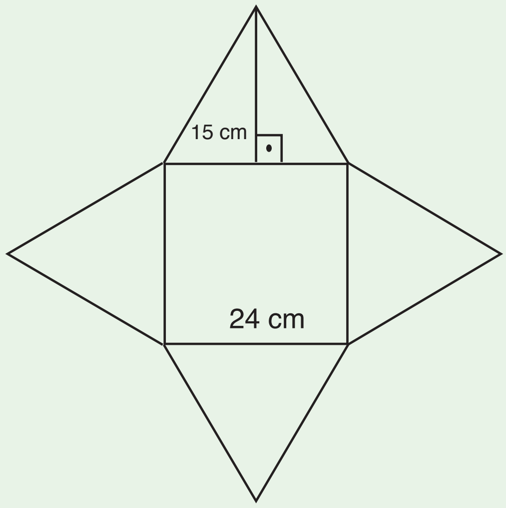
$$\text{ADEF Piramidinin Hacmi} = \frac{A(\overset{\triangle}{DEF}) \cdot h}{3}$$



$$\text{Piramidin Hacmi} = \frac{\text{Taban X Yükseklik}}{3}$$

Herhangi bir dik piramidin hacmi hesaplanırken öncelikle taban alanı hesaplanır. Ardından bulunan değer yükseklik ile çarpılıp 3'e bölünür.

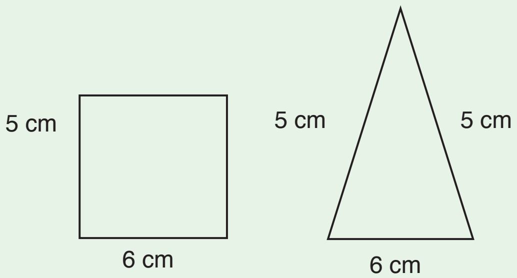
KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Şekilde açılımı verilen kare dik piramidin taban ayrıtlarından biri 24 cm ve yan yüz yüksekliği 15 cm'dir.

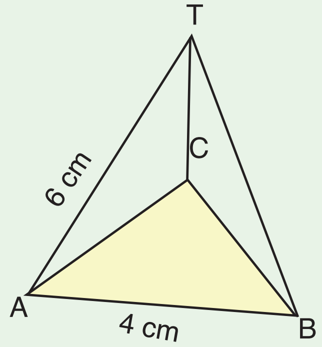
1. Buna göre, Bu kare piramidin cisim yüksekliği kaç santimetredir?

A) 10 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 6 **E)** 4



2. Yukarıdaki kareden bir tane ve üçgenden dört tane kullanılarak oluşturulan kare dik piramidin ayrıtlarının uzunluklarını toplamı kaç cm olur?

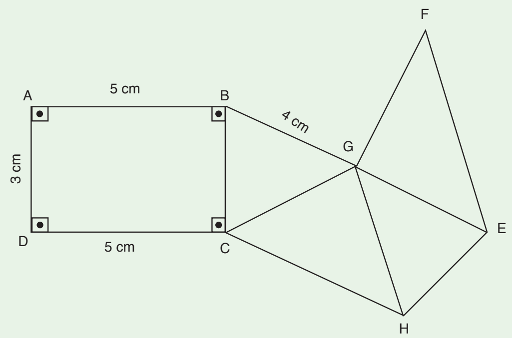
A) 72 **B)** 64 **C)** 44 **D)** 40 **E)** 32



Şekildeki eşkenar üçgen dik piramitte, IABI = 4 cm, IATI =6 cm'dir.

3. Buna göre, bu piramidin yan yüz yüksekliği kaç cm'dir?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $2\sqrt{2}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $4\sqrt{2}$ **E)** $5\sqrt{2}$



4. Yukarıdaki şekil bir dikdörtgen piramidinin açılımı olduğuna göre, bu şeklin çevresi kaç cm'dir?

A) 34 **B)** 32 **C)** 30 **D)** 28 **E)** 24

Cevap Anahtarı

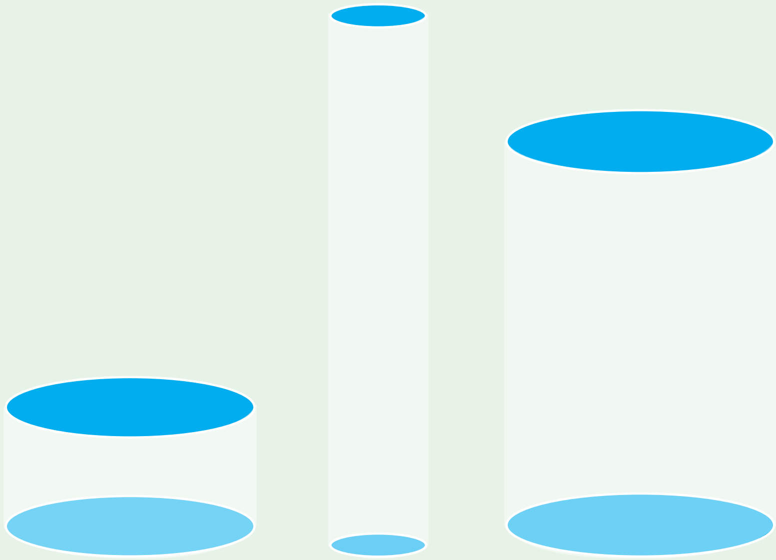
1)B **2)**C **3)**D **4)**A

NOTLAR

NOTLAR

SİLİNDİR

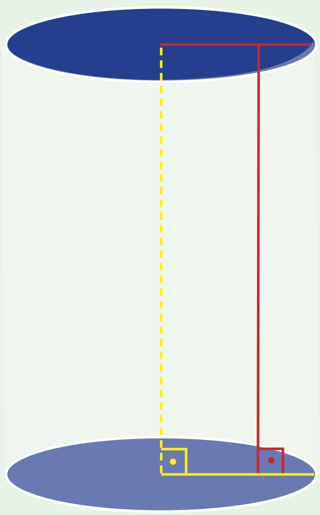
Alt ve üst tabanları birbirine eş ve paralel iki daire olan ve bir tane yan yüze sahip cisimlere **dairesel silindir** denir.



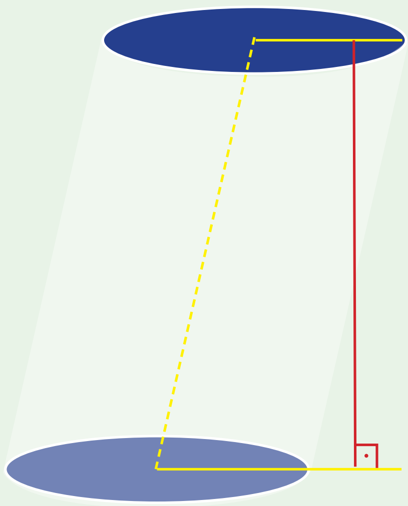
Cisimlerin Ortak özellikleri

- Bu cisimlerin hepsinin alt ve üst tabanları birbirine eşittir.
- Bu cisimlerin hepsinin alt ve üst tabanları dairesel bölgedir.
- Bu cisimlerin hepsinin bir yarı yüzü vardır.
- Bu cisimlerin hepsinin alt ve üst tabanları birbirine paraleldir.

Dik Dairesel Silindir



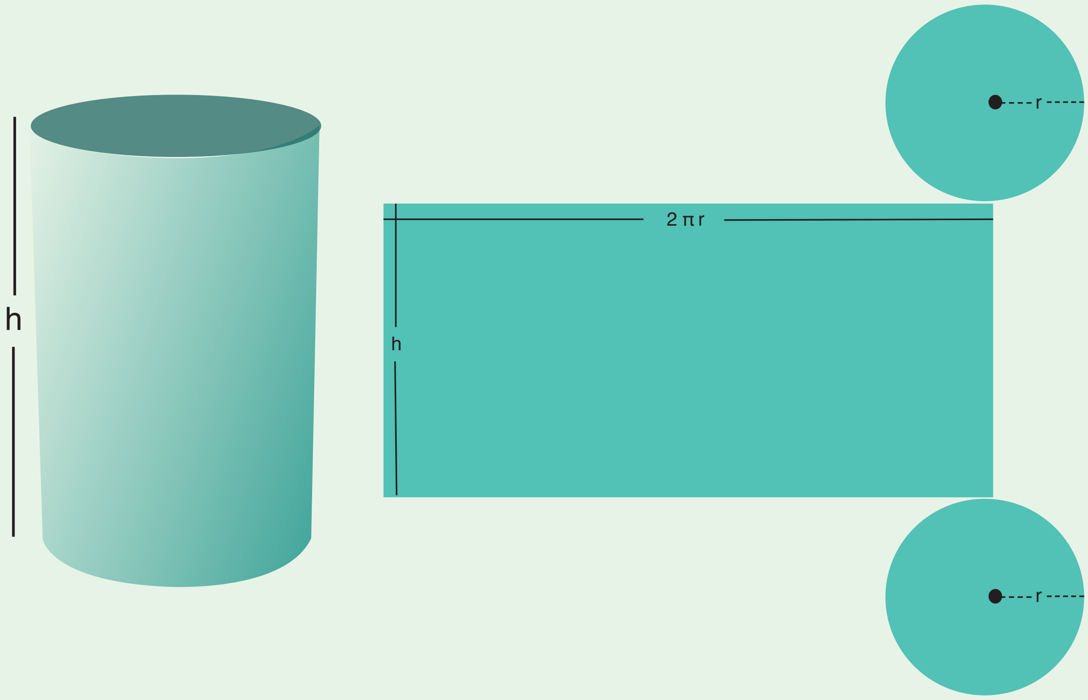
Dik Dairesel Silindir



Eğik Dairesel Silindir

- Dairesel silindir taban yarıçapı aynı zamanda silindirin yarıçapıdır.
- Dairesel silindirde tabanların merkezlerini birleştiren doğru parçasına eksen denir.
- Tabanların birinin bir noktasından diğer tabanın bulunduğu düzenleme inen dikme dairesel silindirin yüksekliğidir.

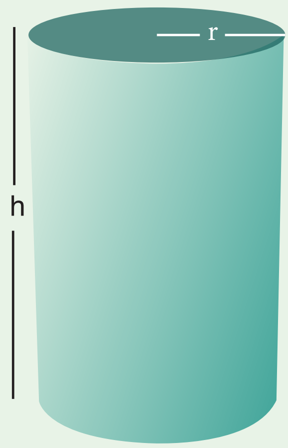
Dik Dairesel Silindirin Yüzey Açınımı



Dik dairesel silindirin açınımından elde edilen bir dikdörtgende;

- Dairelere bitişik olan kenarların uzunluğu eş dairelerin çevre uzunluğuna eşittir.
- Dairelere bitişik olmayan diğer kenarın uzunluğu ise dik dairesel silindirin yüksekliğine eşittir.

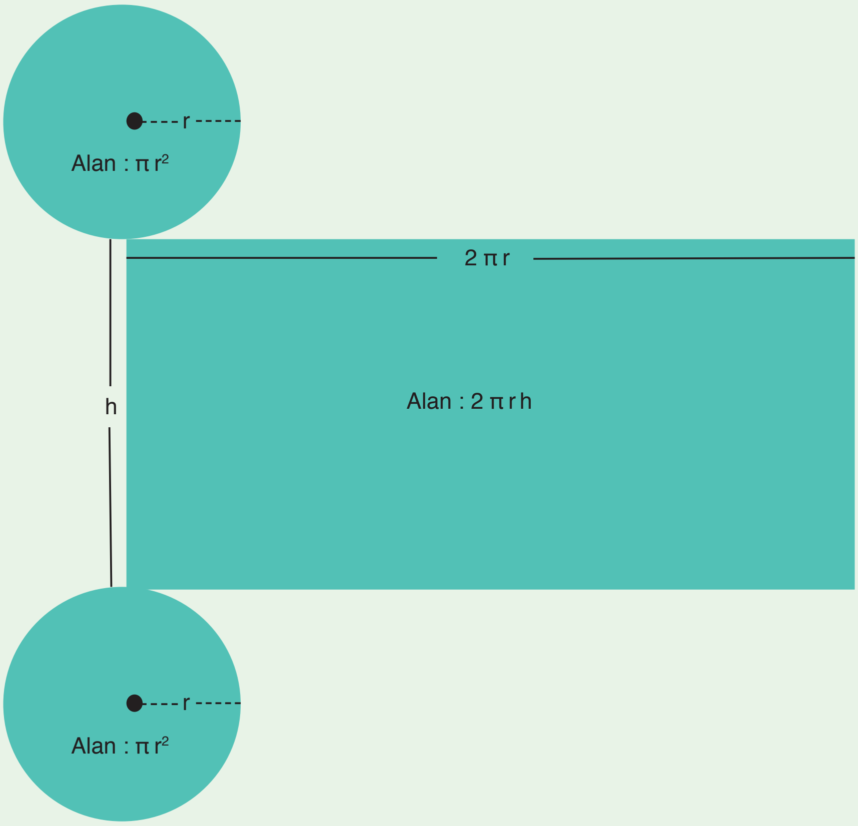
Silindirin Yüzey Alanı



Yüzey alanı, bir katı cismin oluşturduğu bütün yüzeylerin alanlarının toplamıdır.

Yanal alan, bir katı cismin oluşturduğu, tabanları hariç, bütün yüzeylerin alanları toplamıdır.

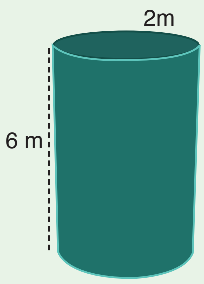
Silindirin Yüzey Alanı = 2 x Taban Alanı + Yanal Alan



$$2 \text{ x Taban Alanı} = 2\,\pi\,r^2$$
$$\text{Yanal Alan} = 2\,\pi\,r\,h$$
$$\text{Silindirin Yüzey Alanı} = 2 \text{ x Taban Alanı} + \text{Yanal Alan}$$
$$= 2\,\pi\,r^2 + 2\,\pi\,r\,h$$

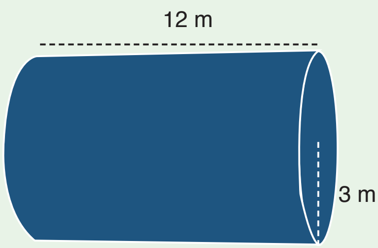
ÖRNEK

Yan yüzeyi ve tabanı üzerinde duran iki dik silindirin yüzey alanları aşağıdaki gibi bulunur.



$r = 2$ m, $h = 6$ m, $\pi = 3$

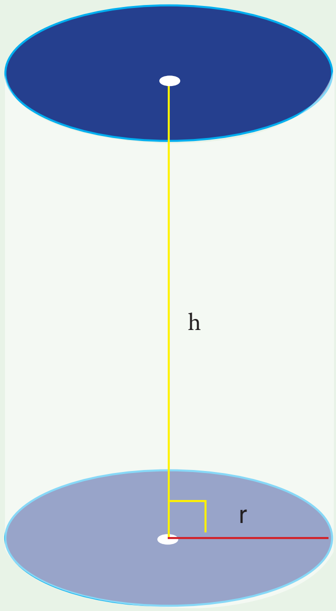
Silindirin Yüzey Alanı $= 2\,\pi\,r^2 + 2\,\pi\,r\,h$
$= 2 \,.\, 3 \,.\, 2^2 + 2 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 6$
$= 24 + 72$
$= 96 \text{ m}^2$



$r = 12$ m, $r = 3$ m, $\pi = 3$

Silindirin Yüzey Alanı $= 2\,\pi\,r^2 + 2\,\pi\,r\,h$
$= 2 \,.\, 3 \,.\, 2^2 + 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.12$
$= 54 + 216$
$= 270 \text{ m}^2$

Dik Silindirin Hacmi



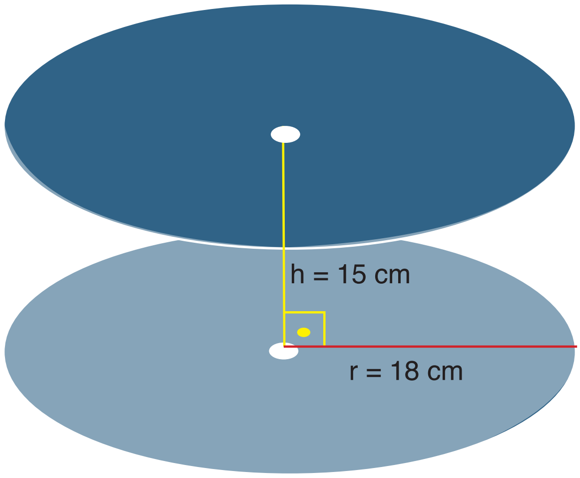
Dik Dairenin Silindirin Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik

$= A \,.\, h$

$= \pi\, r^2 \,.\, h$

ÖRNEK

Özellikleri verilen dik silindirin yüzey alanları aşağıdaki gibi bulunur.



Dik Dairesel Silindirin Hacmi = $\pi\, r^2 \,.\, h$

$r = 18$ cm , $h = 15$ cm, $\pi = 3{,}14$ alın

Dik Dairesel Silindirin Hacmi = $\pi\, r^2\, h$

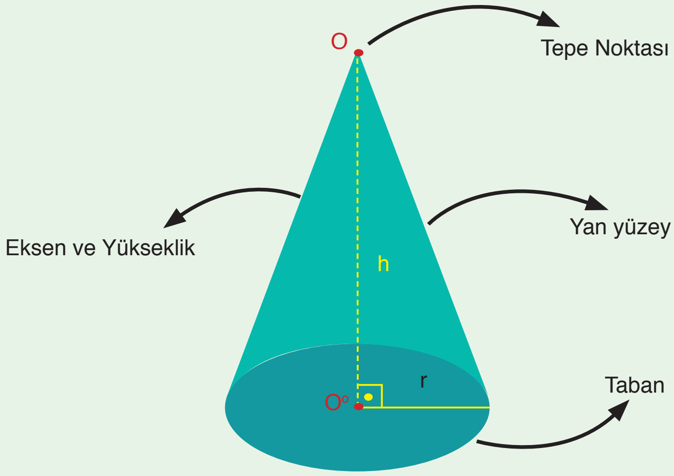
$= 3{,}14 \,.\, (18 \text{ cm})^2 \,.15 \text{ cm}$

$= 3{,}14 \,.\, 324 \text{ cm}^2 \,.\, 15 \text{ cm}$

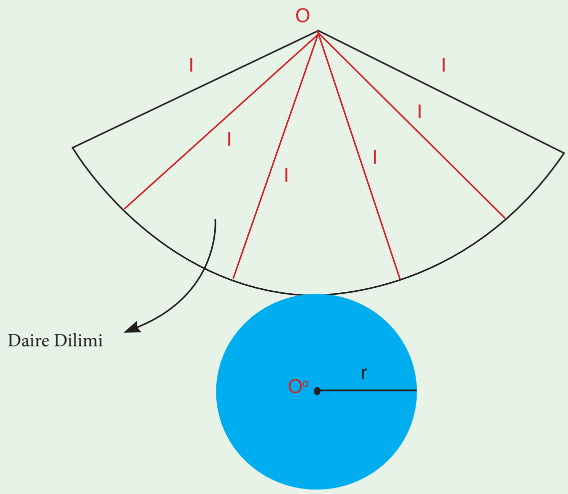
$= 15\,260{,}4 \text{ cm}^3$

Dik Dairesel Koni

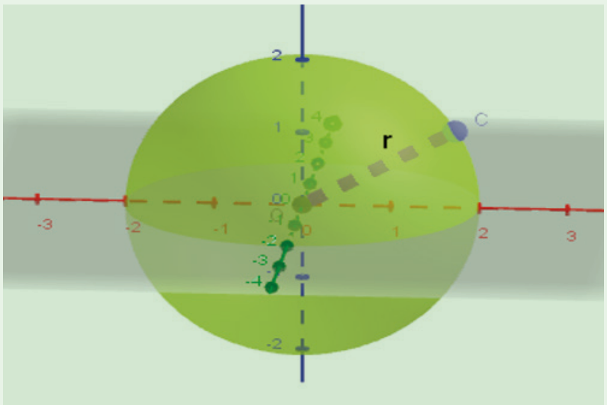
Bir dairenin çevresini oluşturan noktaların, dairenin merkezinden geçen dikme üzerindeki bir noktayla birleştirilmesi sonucu oluşan geometrik cisme **dik dairesel koni** denir.



Dik Dairesel Koni



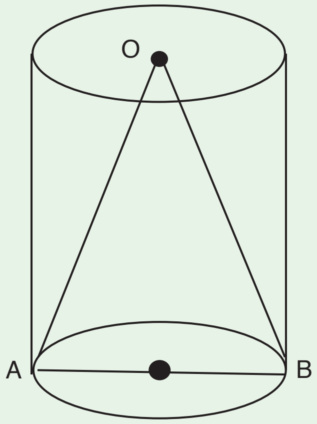
KÜRE



Kürenin Yüzey Alanı = $4\pi r^2$

Kürenin Hacmi = $\frac{4}{3}\pi r^3$

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ



Yukarıda verilen dik sliindirin hacmi 108 cm^3'tür.
O noktası, verilen silindirin üst tabanının merkezidir.

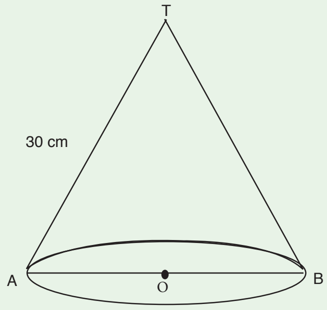
1. Bu dik silindirin yüksekliği 4 cm olduğuna göre, AOB üçgeninin alanı kaç santimetrekaredir? (π = 3 alınız.)

A) 16 **B)** 12 **C)** 10 **D)** 8 **E)** 4

Yukarıda verilen, taban çapı 10 cm ve yüksekliği 20 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki teneke kutunun üzerine, kutunun enini tamamen saran dikdörtgen şeklindeki etiket yapıştırılacaktır.

2. Buna göre, hazırlanacak etiketin eni en az kaç cm olmalıdır? (π = 3 alınız.)

A) 10 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 50



Şekildeki dik dairesel koninin A noktasında bulunan bir karınca, koninin yanal yüzeyinden hareket ederek A noktasına geri dönecektir.

3. ITAI = 30 cm ve IABI = 10 cm olduğuna göre karıncanın gideceği en kısa yol kaç santimetredir?

A) 24 **B)** 28 **C)** 30 **D)** 32 **E)** 36

4. Taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 6 cm olan dik koninin hacmi kaç π cm^3'tür?

A) 18π **B)** 28 π **C)** 30 π **D)** 32 π **E)** 36 π

5. Yarıçapı 3 cm olan kürenin yüzey alanı kaç π cm^2'tür?

A) 18π **B)** 28 π **C)** 30 π **D)** 32 π **E)** 36 π

6. Yarıçapı 3 cm olan kürenin hacmi kaç π cm^3'tür?

A) 18π **B)** 28 π **C)** 30 π **D)** 32 π **E)** 36 π

Cevap Anahtarı

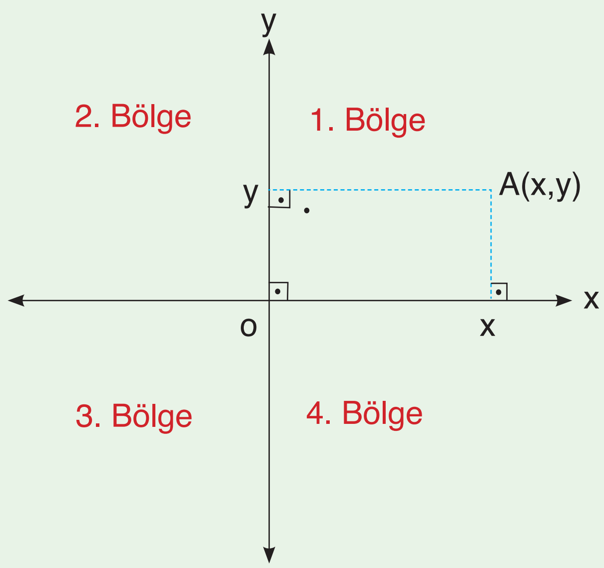
1)B **2)**C **3)**C **4)**A **5)**E **6)**E

NOTLAR

NOTLAR

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELEMESİ

Analitik Düzlem



Bir düzlemde başlangıç noktaları aynı olan ve dik kesişen iki koordinat doğrusunun oluşturduğu sisteme koordinat sistemi denir. Yatay eksen x ile, düşey eksen y ile gösterilir.

O noktası koordinat eksenlerinin kesim noktasıdır ve bu noktaya başlangıç noktası veya orijin denir. Üzerinde dik koordinat sistemi tanımlanmış düzleme analitik düzlem denir. Koordinat sistemi analitik düzlemi 4 bölgeye ayırır. Yandaki şekilde koordinatları (x, y) olan A noktası gösterilmiştir. A (x , y) ifadesindeki x, A noktasının apsisi; y, A noktasının ordinatıdır.

ÖRNEK

A(a - 2, b - 1) noktası analitik düzlemin 1. bölgesinde olduğuna göre a ve b nin alabileceği en küçük tam sayı değerlerinin çarpımını bulunuz.

Çözüm:

A(a - 2, b - 1) 1. bölgede olduğuna göre $a - 2 > 0$ ve $b - 1 > 0$ olur.

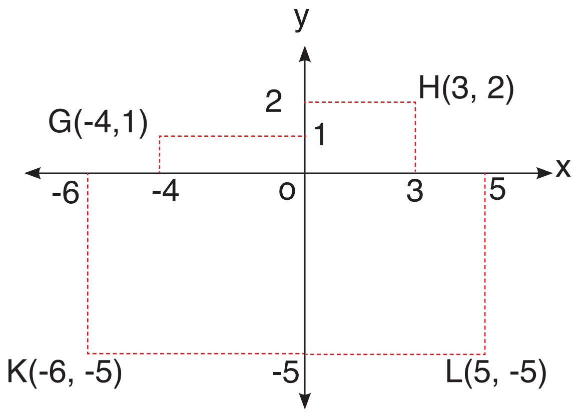
$a > 2$ ve $b > 1$ için $a = 3$ ve $b = 2$ olur.

$a.b = 3.2 = 6$ elde edilir.

ÖRNEK

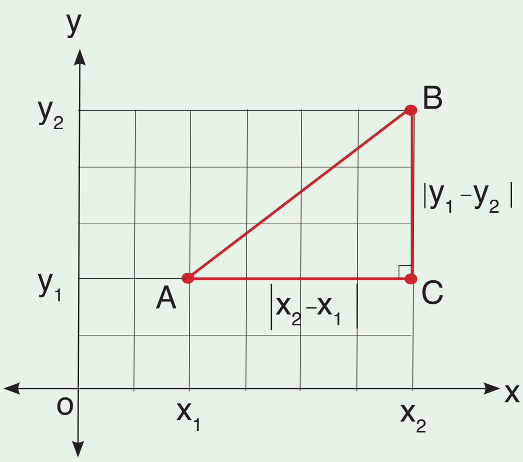
G(-4, 1), H(3, 2), K(-6, -5) ve L(5, -5) noktalarını analitik düzlemde gösteriniz.

Çözüm:



Analitik Düzlemde İki Nokta Arasındaki Uzaklık

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin.



[AB] hipotenüs ve dik kenarları x ile y eksenine paralel olacak şekilde ABC üçgeni çizildiğinde;

$|BC| = |y_2 - y_1|$ ve

$|AC| = |x_2 - x_1|$ olur.

ABC üçgeninde Pisagor teoremi uygulandığında A ile B noktaları arasındaki uzaklık

$|AB|^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$ $|a - b|^2 = (a-b)^2 = (b-a)^2$ olduğundan

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ şeklinde elde edilir.

ÖRNEK

Analitik düzlemde A(1,2), B(7,10) noktaları arasındaki uzaklığın kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm:

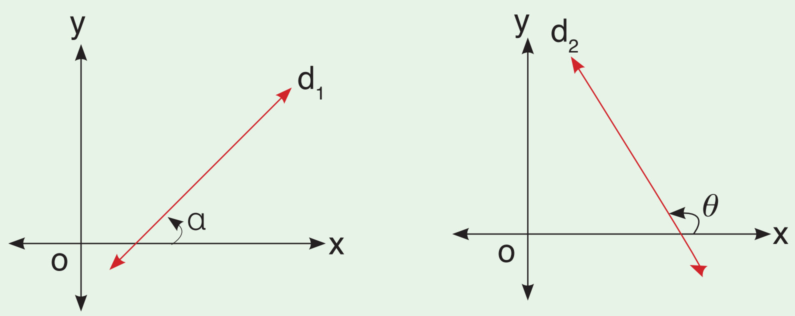
$|AB| = \sqrt{(10-2)^2 + (7-1)^2} \rightarrow |AB| = \sqrt{64+36} = 10$ birim olur.

Doğrunun Eğimi

Bir doğrunun x ekseniyle pozitif yönde yapmış olduğu açıya **doğrunun eğim açısı** denir.

Dikeydeki değişimin yataydaki değişime oranına **eğim** denir. Örneğin eğimi %20 olarak verilen bir yokuş, her 100 metrelik yatay değişimde 20 metrelik bir dikey değişimin olduğu anlamına gelir. Eğim, genellikle m harfi ile gösterilir.

$$\text{Eğim} = m = \frac{\text{Dikeydeki değişim}}{\text{Yataydaki değişim}}$$



Eğim açısı [0°, 180°) arasında bulunur.

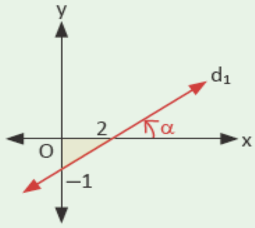
Bir doğrunun eğim açısının tanjant değerine **doğrunun eğimi** denir ve eğim **m** ile gösterilir.

Yukarıdaki şekillerde d_1 doğrusunun eğim açısı α, d_2 doğrusunun eğim açısı θ olduğunda

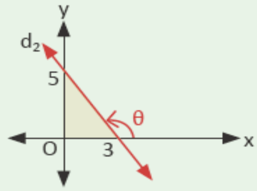
d_1 doğrusunun eğimi $m_1 = \tan\alpha$,

d_2 doğrusunun eğimi $m_2 = \tan\theta$ olur.

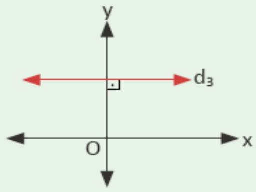
d_1, d_2 , d_3, d_4 doğrularının eğimleri aşağıdaki gibi bulunur.



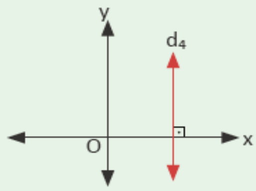
$\alpha < 90^\circ$ olduğundan $m_1 = \tan\alpha = \frac{1}{2}$ olur.



$\theta > 90^\circ$ olduğundan $m_2 = \tan\theta = -\frac{5}{3}$ olur.



Eğim açısı 0° olduğundan $m_3 = \tan 0^\circ = 0$ olur.



Eğim açısı 90° olduğundan $m_4 = \tan 90^\circ =$ tanımsız olur.

Denklemi Verilen Doğrunun Eğimi

Bir doğrunun eğimi, denkleminde y yalnız bırakıldığında x'in önündeki katsayıya eşittir. Buna göre, $y = mx$ biçimdeki bir denklem ile ifade edilebilen doğrunun eğimi m'dir.

ÖRNEK

Denklemi $y = 4x$ olan doğrunun eğimi 4'tür.

$ay = bx$ biçimdeki bir denklem ile ifade edilebilen doğrunun eğimi $\frac{b}{a}$ 'dır.

ÖRNEK

Denklemi $5y = -4x$ olan doğrunun eğimi $-\frac{4}{5}$ 'tir.

$ax + by + c = 0$ biçimdeki bir denklem ile ifade edilebilen doğrunun eğimi $-\frac{b}{a}$'dır.

ÖRNEK

Denklemi $2x + 3y + 8 = 0$ olan doğrunun eğimi $-\frac{3}{2}$'dir.

KONU DEĞERLENDİRME TESTİ

I. Apsisi -2'dir.

II. Ordinatı 1'dir.

III. Dördüncü bölgededir.

1. Koordinat sistemindeki A (1, -2) noktası ile ilgili verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

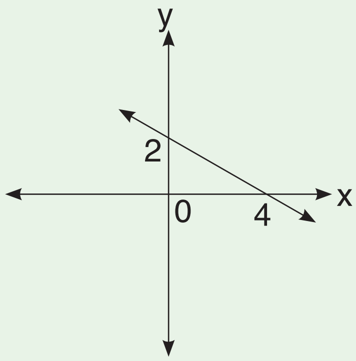
A) Yalnız I **B)** I ve II **C)** II ve III
D) I, II, III **E)** Yalnız III

2. A(8,k+6) noktası koordinat düzleminde 4. Bölgede olduğuna göre, k'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) -6 **B)** -7 **C)** -8 **D)** -9 **E)** -10

3. A(1,4) noktası 2x + y + c = 0 doğrusunun üzerinde ise c kaçtır?

A) 9 **B)** 6 **C)** 0 **D)** -6 **E)** -9

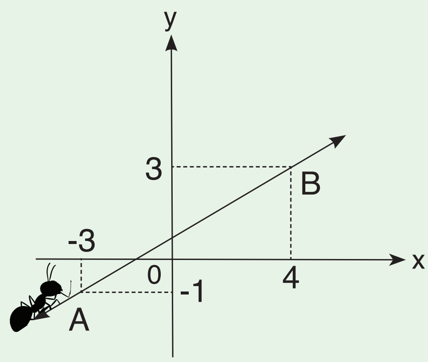


4. Yukarıda grafiği verilen doğrunun denklemi aşağıdaki seçeneklerden hangisininde verilmiştir?

A) x+2y=4 **B)** 2x+y=4

C) x-2y =4 **D)** 2y-x=4

E) x-y=4



5. Yukarıdaki koordinat sisteminde A(-3,-1) ve B(4,3) noktalarının belirttiği doğru boyunca haraket eden bir karıncanın izledi yolun eğimi kaçtır?

A) $\frac{-4}{7}$ **B)** -2 **C)** 2 **D)** $\frac{4}{7}$ **E)** 4

Cevap Anahtarı

1)E **2)**B **3)**D **4)**A **5)**D

KAYNAKÇA

- BÖGE Hadi, R. AKILLI, Matematik 8 Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2021.
- KILIÇ Hülya, K. SATIŞ, M. GÜNEŞ, M. SEZİŞLİ, Ortaöğretim Matematik Hazırlık Sınıfı Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2019.
- MAVİŞ Mehmet, G. GÜL, H. SOLAKLIOĞLU, H. TARKU, F. BULUT, M. GÖKŞEN, Matematik 9 Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2019.
- MAVİŞ Mehmet, G. GÜL, H. SOLAKLIOĞLU, H. TARKU, F. BULUT, M. GÖKŞEN, Matematik 10 Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2019.
- SEYMEN Emel, G. GAZİOĞLU, S. YILDIRIM, Y. MERAL, Matematik 11 Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2021.